Besondere Prüfung 2020
Mathematik

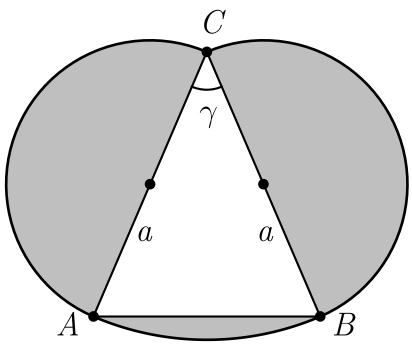
Arbeitszeit: 120 Minuten

Name des Prüflings

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

BE

1. Die Abbildung zeigt das gleichschenklige Dreieck ABC, drei Kreisbögen und deren Mittelpunkte. Das Dreieck hat die Schenkellänge $a = 5$ cm und es gilt $\gamma = \sphericalangle ACB = 40°$.



5 a) Bestimmen Sie die Länge der Basis $[AB]$ und die zugehörige Höhe h des gleichschenkligen Dreiecks ABC jeweils in cm auf zwei Nachkommastellen gerundet.

(Zur Kontrolle: $\overline{AB} \approx 3{,}42$ cm; $h \approx 4{,}70$ cm)

4 b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der grau dargestellten Figur.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

2. Ein Glasbläser fertigt eine zylindrische Vase, deren Inneres modellhaft durch einen Zylinder mit der Höhe 32,5 cm und der Grundfläche 38 cm^2 beschrieben werden kann.

1 a) Berechnen Sie den Durchmesser d der Grundfläche des Inneren der Vase in cm auf zwei Nachkommastellen gerundet.

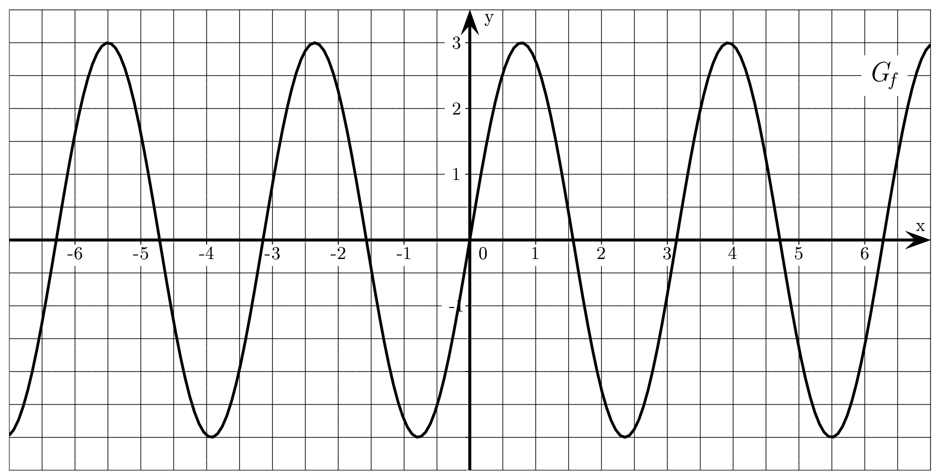
(Zur Kontrolle: $d \approx 6{,}96$ cm)

Nun werden 7 Glasmurmeln mit dem Durchmesser 4,0 cm in die Vase gelegt und anschließend die Vase bis 3,0 cm unter den Rand mit Wasser gefüllt.

4 b) Berechnen Sie das hierfür benötigte Wasservolumen auf Zehntelliter genau.

3 c) Danach fertigt der Glasbläser eine große Glasmurmel an, deren Volumen ebenso groß ist wie das Volumen der 7 Glasmurmeln zusammen. Entscheiden Sie durch eine Rechnung, ob die große Glasmurmel in die leere Vase passt.

3. Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f : x \mapsto a \cdot \sin(b \cdot (x + c))$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$. Der Graph G_f von f ist in nachstehender Abbildung dargestellt.



3 a) Begründen Sie, dass die Werte $a = 3$, $b = 2$ und $c = 0$ zum abgebildeten Graphen passen.

2 b) Nun wählt man $a = -3$ und $b = 2$. Geben Sie einen Wert von c an, so dass dieser Wert zusammen mít den gewählten ebenfalls zum abgebildeten Graphen passt. Begründen Sie Ihre Angabe.

3 c) Zeichnen Sie in die obige Abbildung eine Gerade ein, die die x-Achse bei $x = -1$ schneidet und die mit G_f genau 2 gemeinsame Punkte besitzt. Geben Sie eine Gleichung dieser Geraden an. Entnehmen Sie die dazu benötigten Werte näherungsweise der obigen Zeichnung.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
	4. Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \dfrac{x-1}{x+2}$ mit maximaler Definitionsmenge D.
3	a) Geben Sie D, die Nullstelle von f sowie das Verhalten von f für $x \to +\infty$ an.
2	b) Skizzieren Sie den Graphen von f im Bereich $-8 \leq x \leq 4$.
2	c) Der Graph der Funktion g entsteht durch Spiegeln des Graphen von f an der y-Achse. Geben Sie einen Funktionsterm und die Definitionslücke von g an.
4	d) Der Graph der Funktion $h : x \mapsto \frac{2x-3}{x}$ ist gegenüber dem Graphen von f um a in x-Richtung und um b in y-Richtung verschoben. Geben Sie die Werte von a und b an und begründen Sie Ihre Angaben.
4	5. Bestimmen Sie einen möglichen Funktionsterm einer in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion f, die die folgenden Eigenschaften hat: • f hat eine einfache Nullstelle bei $x = 3$. • f hat eine doppelte Nullstelle bei $x = -1$. • Der Graph von f schneidet die y-Achse im Punkt $P(0\|1{,}5)$
	6. Während des Reaktorunfalls von Fukushima wurde unter anderem das radioaktive Isotop Iod-131 freigesetzt. Iod-131 zerfällt exponentiell. Der Zerfall von $m_0 = 100$ g dieses Isotops kann durch die Funktion m mit $m(x) = m_0 \cdot q^x$ und $x \in \mathbb{R}_0^+$ beschrieben werden. Dabei ist x die Zeit in Tagen, die seit Beobachtungsbeginn vergangen ist und $m(x)$ die Masse des verbliebenen Iod-131 in Gramm; nach 3 Tagen beträgt diese 77,1 g.
2	a) Geben Sie einen wesentlichen Unterschied zwischen linearer und exponentieller Abnahme an.
3	b) Berechnen Sie den Wert von q auf drei Dezimalen genau. (Zur Kontrolle: $q \approx 0{,}917$)
2	c) Geben Sie an, wie viele Prozent des Iods am ersten Tag zerfallen.
3	d) Berechnen Sie, nach wie vielen Tagen nur noch die Hälfte des Iods vorhanden ist.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

7. Um die Verkehrssituation in der Umgebung eines Erlebnisbades zu beurteilen, wurde eine Umfrage durchgeführt. Dabei wurden die Besucher des Bades zum einen befragt, ob sie eine Dauerkarte besitzen, zum anderen, ob sie mit dem eigenen Auto angereist sind. Die Umfrage hat ergeben, dass ein Fünftel der Besucher Dauerkarteninhaber sind und 40 % von diesen mit dem eigenen Auto angereist sind. 25 % aller Besucher haben keine Dauerkarte und sind nicht mit dem eigenen Auto angereist.
Ein Besucher wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:
D: „Der Besucher besitzt eine Dauerkarte. “
A: „Der Besucher ist mit dem eigenen Auto angereist.“

4 a) Erstellen Sie zu der beschriebenen Situation eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.

2 b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Besucher entweder mit dem eigenen Auto angereist ist oder eine Dauerkarte besitzt.

2 c) Berechnen Sie für den Fall, dass der Besucher angibt, keine Dauerkarte zu besitzen, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er mit dem eigenen Auto angereist ist.

2 d) Beschreiben Sie die Wahrscheinlichkeiten $P_D(A)$ und $P_A(D)$ im Sachzusammenhang.

60