Abschlussprüfung Telekolleg
Lehrgang 20

Hinweise zur Lösung

Prüfungsfach:	**Mathematik**
Prüfungstag:	**Samstag, 27. Juni 2020**
Prüfungsdauer:	**180 Minuten**
Hilfsmittel:	**Elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner; Formelsammlung**
Hinweise:	**Die Hinweise zur Lösung stellen keine vollständige Lösungserwartung dar. Vielmehr beinhalten die Hinweise die wichtigsten Ansätze zur Problemlösung, ggf. Zwischenschritte sowie das Endergebnis. Die Hinweise zur Lösung schließen eine alternative Vorgehensweise zur Problemlösung nicht aus.**
Bewertungsschlüssel:	

BE	100-86	85-71	70-56	55-41	40-20	19-0
Note	1	2	3	4	5	6

Aufgabe I | BE

1.1 $f_a(-2)=0 \Rightarrow 0=0$ w. A. $\Rightarrow$ NST unabhängig von a | 2

1.2.1 $f(-2)=0 \Rightarrow (x^3-2x^2-4x+8):(x+2)=x^2-4x+4=(x-2)^2$ | 6

$(x-2)^2=0 \Rightarrow x_{2,3}=2 \Rightarrow$ doppelte NST

$x_1=-2 \Rightarrow$ einfache NST

1.2.2 $f(x)=\frac{1}{4}(x+2)(x-2)^2$ | 2

1.2.3 $f'(x)=\frac{3}{4}x^2-x-1=0 \Rightarrow x_1=2;\ x_2=-\frac{2}{3}$ | 7

$f''(x)=1{,}5x-1$

$f''(2)=2>0 \Rightarrow G_f$ hat an der Stelle $x=2$ einen rel. Tiefpunkt $T(2|0)$

$f''(-\frac{2}{3})=-2<0 \Rightarrow G_f$ hat an der Stelle $x=-\frac{2}{3}$ einen rel. Hochpunkt $H\left(\frac{-2}{3}\middle|\frac{64}{27}\right)$

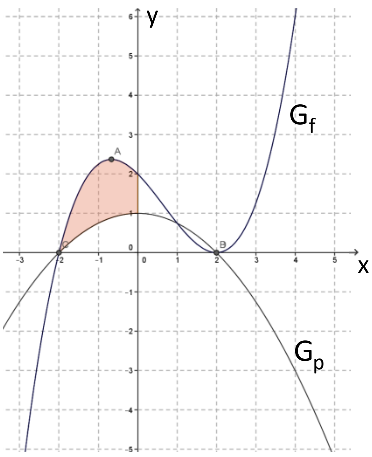
1.2.4 $f''(x)=0 \Rightarrow x_w=\frac{2}{3}; f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{32}{27}; f'\left(\frac{2}{3}\right)=-\frac{4}{3}$ | 5

$\frac{32}{27}=-\frac{4}{3}\cdot\frac{2}{3}+t \Rightarrow t=\frac{56}{27} \Rightarrow t(x)=-\frac{4}{3}x+\frac{56}{27}$

z. B. mit Skizze o.ä., Nachweis, dass Wendepunkt vorliegt

1.2.5 $0=a(2-0)^2+1 \Rightarrow a=-\frac{1}{4} \Rightarrow p(x)=-\frac{1}{4}x^2+1$ | 4

1.2.6 | 6



(Fortsetzung auf der nächsten Seite)

Aufgabe I (Fortsetzung) **BE**

1.2.7 $A = \int_{-2}^{0} (f(x) - p(x))dx = \frac{7}{3}[FE]$ 5

2.1 $4a + b = 12 \Rightarrow b = 12 - 4a$ 7

$V = \frac{1}{2}a^2 \cdot b = \frac{1}{2}a^2(12 - 4a) = 6a^2 - 2a^3$

$a > 0$

$b > 0 \Rightarrow 12 - 4a > 0 \Rightarrow a < 3$

$V(a) = -2a^3 + 6a^2$

$D_V =]0;3[$

2.2 $V'(a) = -6a^2 + 12a$ 6

$V'(a) = 0$

$a_1 = 0 \notin D_V; a_2 = 2$

	a<	0	<a<	2	<a	
V'(a)	−	0	+	0	−	da Leitkoeff. < 0
G_V	↘	TIP	↗	HOP	↘	
D_V		]	————	[		
		0		3		

Überprüfung der Randbedingungen:

$V(0) = 0 < 8 = V(2)$

$V(3) = 0 < 8 = V(2)$

Somit globales Maximum bei $a_2 = 2$

Die schrägen Stangen müssen 2 m, die Firststange 4 m lang sein.

50

Aufgabe II

		BE
1.1	$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}\Rightarrow\vec{d}=\vec{a}+\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}4\\2\\5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\\7\end{pmatrix};\quad D(5\vert 4\vert 7)$	5
	$V=\frac{1}{3}\left\vert\left(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}\right)\circ\overrightarrow{AS}\right\vert=\frac{1}{3}\left\vert\left(\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\circ\begin{pmatrix}-2,5\\-2\\5,5\end{pmatrix}\right\vert=\frac{1}{3}\left\vert\begin{pmatrix}-6\\-3\\6\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}-2,5\\-2\\5,5\end{pmatrix}\right\vert=\frac{1}{3}\cdot 54=18[VE]$	
1.2	$\overrightarrow{BA}\circ\overrightarrow{BC}=0;\begin{pmatrix}-2\\2\\-1\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}=-2+4-2=0\Rightarrow$ rechtwinklig in B	2
1.3.1	$E:\vec{x}=\vec{a}+\lambda\overrightarrow{AS}+\mu\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}4\\2\\5\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-2,5\\-2\\5,5\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix};\ \vec{n}=\begin{pmatrix}9\\13,5\\9\end{pmatrix}\ ;\ \lambda,\mu\in\mathrm{IR}$	5
	$E:\begin{pmatrix}9\\13,5\\9\end{pmatrix}\circ\left[\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4\\2\\5\end{pmatrix}\right]=0\Rightarrow E:x_1+1,5x_2+x_3-12=0$	
1.3.2	Koordinaten von T in E einsetzen: $1,5k^2+2k-16=0\Rightarrow k_1=-4;\ k_2=\frac{8}{3}$	4
2.1	$h:\vec{x}=\vec{p}+\mu\overrightarrow{PQ}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix};\mu\in\mathrm{IR}$	2
2.2	Richtungsvektoren von g und h sind nicht kollinear $\Rightarrow$ Geraden nicht parallel bzw. identisch	4
	$h\cap g\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}2\\2\\-3\end{pmatrix}\Leftrightarrow\mu=2;\lambda=1$	
	$\lambda=1\ in\ g:\ \vec{s}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+1\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\2\\-3\end{pmatrix};\ S(3\vert 2\vert -3)$	
2.3	$\cos(\alpha)=\frac{\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}2\\2\\-3\end{pmatrix}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{17}}\Rightarrow\alpha\approx 8,0°$	3

25

Aufgabe III — BE

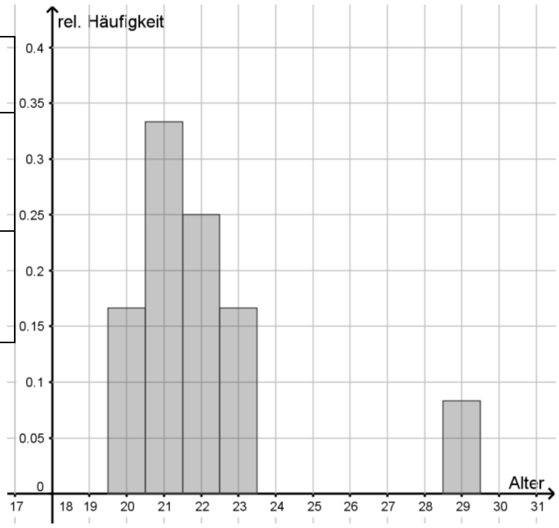
1.1 — 4

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Alter	20	20	21	21	21	21	22	22	22	23	23	29

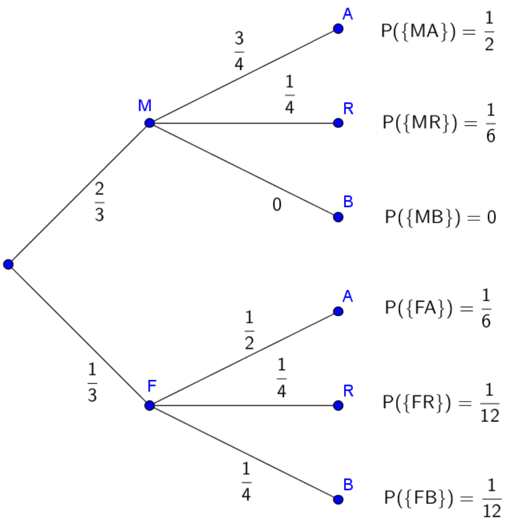
Spannweite: $w = 9$ Median: $x_{med} = 21{,}5$ Modalwert: $x_{mod} = 21$

1.2 — 4

Alter	20	21	22	23	29
abs. Häufigkeit	2	4	3	2	1
rel. Häufigkeit	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$



1.3.1 — 5



1.3.2 $P(E_1) = 1 - P(\{FB\}) = \frac{11}{12}$ — 2

(Fortsetzung auf der nächsten Seite)

Aufgabe III (Fortsetzung) **BE**

1.4 $P(E_2) = P(X = 4) = B(20;0{,}05;4) = 0{,}0133$ 3

$P(E_3) = 1 - B(20;0{,}05;0) = 1 - 0{,}3585 = 0{,}6415$

2.1 5

P	W	$\overline{W}$	∑
Z	0,012	0,168	0,18
$\overline{Z}$	0,088	0,732	0,82
∑	0,1	0,9	1

$P(W) \cdot P(Z) = 0{,}1 \cdot 0{,}18 = 0{,}018 \qquad P(W \cap Z) = 0{,}012$

Wegen $P(W) \cdot P(Z) \neq P(W \cap Z)$ sind die Ereignisse W und Z stochastisch abhängig.

2.2 $P_{\overline{W}}(Z) = \dfrac{P(Z \cap \overline{W})}{P(\overline{W})} = \dfrac{0{,}168}{0{,}9} = 0{,}18\overline{6}$ 2

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt ungefähr 18,7 %.

25