Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: ________ Platznummer: ________ Punkte: ________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Mia lernt in der Schule den Begriff „Inflation“ kennen. Damit wird der Preisanstieg von Produkten über einen bestimmten Zeitraum hinweg bezeichnet. Dieser Zusammenhang lässt sich unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Preissteigerung von p % näherungsweise durch eine Funktion f mit einer Gleichung der Form $y = a \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right)^x$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+;\ a, p \in \mathbb{R}^+\right)$ beschreiben. Dabei steht a € für den Anfangspreis eines Produkts und y € für dessen Preis nach x Jahren.

Mia kauft ihrer Mutter jährlich am 1. Juni Rosen beim örtlichen Blumenladen.

A 1.1 Am 1. Juni 2020 kostete eine Rose noch 2,20 €. Am 1. Juni 2022 lag der Preis pro Rose bei 2,50 €.

Berechnen Sie den voraussichtlichen Preis einer Rose am 1. Juni 2027 unter der Voraussetzung, dass die jährliche Preissteigerung von p % gleich bleibt.

Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

$\left[\text{Zwischenergebnis: } p = 6{,}60\right]$

3 P

A 1.2 Berechnen Sie, in welchem Jahr Mia erstmals mehr als doppelt so viel für eine Rose bezahlen müsste wie am 1. Juni 2020, wenn man von einer jährlichen Preissteigerung von 6,60 % ausgeht.

2 P

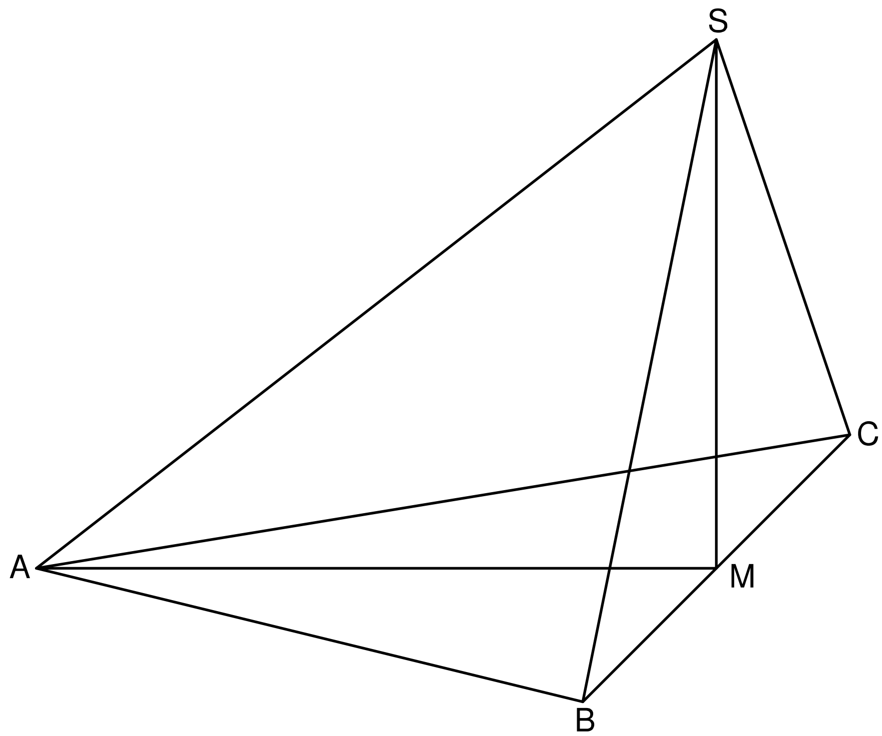
A 2.0 Die Strecke $[BC]$ mit dem Mittelpunkt M ist die Basis des gleichschenkligen Dreiecks ABC. Dieses Dreieck ist die Grundfläche der Pyramide ABCS mit der Höhe $[MS]$.

Es gilt: $\overline{BC} = 10\text{ cm}$; $\overline{AM} = 9\text{ cm}$; $\overline{MS} = 7\text{ cm}$.

Die Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; $[AM]$ liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels ASM.
$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle ASM = 52{,}13°]$

1 P

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[AS]$. Die Winkel SMP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]0°;90°\right[$. Punkte Q_n liegen auf der Strecke $[AM]$ mit $[P_nQ_n] \perp [AM]$. Die Dreiecke BCQ_n sind die Grundflächen der Pyramiden BCQ_nS mit der Spitze S und der Höhe $[MS]$.
Zeichnen Sie die Strecken $[MP_1]$ und $[P_1Q_1]$ sowie die Pyramide BCQ_1S für $\varphi = 60°$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein.

2 P

A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5{,}53}{\sin(\varphi + 52{,}13°)}$ cm.

Die Länge der Strecke $[MP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an.

3 P

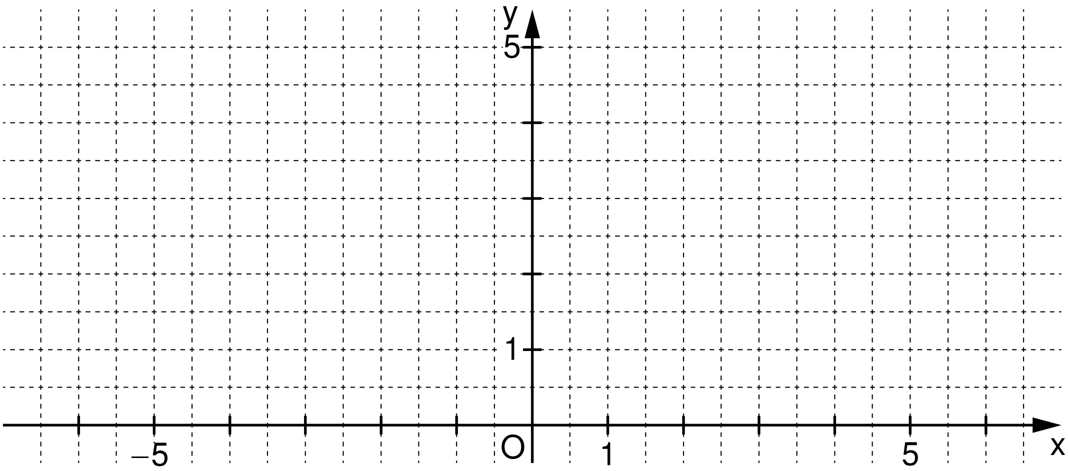
A 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[MQ_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MQ_n}(\varphi) = \frac{5{,}53 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 52{,}13°)}$ cm.

Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide BCQ_1S.

3 P

A 3.0 Pfeile $\overrightarrow{OP_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}5\cdot\sin\varphi\\5\cdot\cos\varphi\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{OQ_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}-2\cdot\sin^2\varphi\\\dfrac{4}{\sin\varphi}\end{pmatrix}$ mit $O(0|0)$ spannen für $\varphi\in\,]0°;90°[$ Dreiecke OP_nQ_n auf.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Geben Sie für $\varphi=80°$ die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{OP_1}$ und $\overrightarrow{OQ_1}$ an.

Zeichnen Sie sodann das Dreieck OP_1Q_1 in das Koordinatensystem zu A 3.0 ein.

2 P

A 3.2 Begründen Sie rechnerisch, weshalb die Länge der Strecken $[OP_n]$ konstant ist.

2 P

A 3.3 Berechnen Sie das Maß des Winkels P_1OQ_1.

2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit einer Gleichung der Form $y = \log_2(x+b)+1$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; b \in \mathbb{R})$. Der Graph zu f_1 schneidet die y-Achse im Punkt $P(0|3)$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = \log_2(x+4)+1$ besitzt.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-3{,}5; 6]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-2 \leqq y \leqq 5$ — 3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -\log_2(x+6)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ besitzt.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-5{,}5; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x|\log_2(x+4)+1)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $C_n(x|-\log_2(x+6)+2)$ auf dem Graphen zu f_2. Zusammen mit Punkten B_n sind sie für $x > -3{,}26$ die Eckpunkte von rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[B_nC_n]$. Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 4\text{ LE}$.

Zeichnen Sie in das Koordinatensystem zu B 1.1 die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = -1$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 5$ ein. — 2 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$\overline{A_nC_n}(x) = \left[\log_2\left(x^2+10x+24\right)-1\right]\text{LE}$. — 2 P

B 1.5 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 10 FE.

Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes A_3. — 3 P

B 1.6 Der Eckpunkt B_4 des Dreiecks $A_4B_4C_4$ liegt auf dem Graphen zu f_2.

Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes B_4. — 4 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Gegeben sind die Geraden $g\colon y = 0{,}25x - 3$ und $h\colon y = 0{,}6x$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Punkte $B_n\left(x \mid 0{,}25x - 3\right)$ auf der Geraden g bilden für $x > 1{,}57$ zusammen mit dem Punkt $A\left(0 \mid 0\right)$ und Punkten C_n und D_n Rauten $AB_nC_nD_n$, wobei die Gerade $h = AC_n$ eine der Symmetrieachsen der Rauten ist.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Rauten $AB_1C_1D_1$ für $x = 2{,}5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 7$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 10$; $-4 \leqq y \leqq 8$ 3 P

B 2.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.

[Ergebnis: $D_n\left(0{,}69x - 2{,}64 \mid 0{,}76x + 1{,}41\right)$] 3 P

B 2.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Raute $AB_2C_2D_2$ ein Quadrat ist. 3 P

B 2.4 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n.

Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen t in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein. 3 P

B 2.5 Der Punkt D_3 der Raute $AB_3C_3D_3$ liegt auf der y-Achse.

Zeichnen Sie die Raute $AB_3C_3D_3$ in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Punktes C_3 sowie den Flächeninhalt der Raute $AB_3C_3D_3$.

[Teilergebnis: $x_{C_3} = 3{,}83$] 5 P

Bitte wenden!