Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ________ Platznummer: ________ Punkte: ________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = -1{,}5 \cdot \log_2(1-x) - 6$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

A 1.1 Die Gerade g mit der Gleichung $y = -9$ schneidet den Graphen der Funktion f im Punkt P.

Ermitteln Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes P.

2 P

A 1.2 Der Graph der Funktion f_0 mit der Gleichung $y = a \cdot \log_2(b-x) - c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a, b, c \in \mathbb{R}$ wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f abgebildet.

Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion f_0.

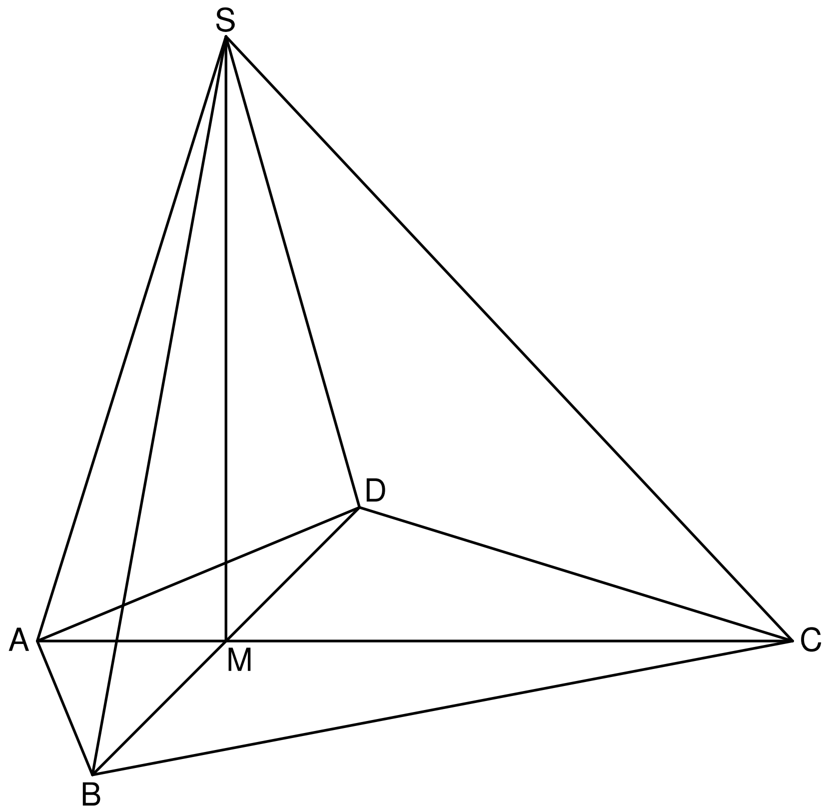
3 P

A 2.0 Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks ABCD schneiden sich im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Höhe $[MS]$.

Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{AM} = 2{,}5\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.

Die Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS.
In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; $[AC]$ liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[MC]$. Die Winkel MSP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in [0°; 43{,}15°[$.

Parallelen zur Strecke $[BD]$ durch die Punkte P_n schneiden die Strecke $[BC]$ in Punkten Q_n und die Strecke $[CD]$ in Punkten R_n. Die Dreiecke AQ_nR_n sind die Grundflächen von Pyramiden AQ_nR_nS mit der Höhe $[MS]$.

Zeichnen Sie die Strecke $[SP_1]$ sowie die Pyramide AQ_1R_1S für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 2 P

A 2.2 Begründen Sie rechnerisch die obere Intervallgrenze von φ.

1 P

A 2.3 Berechnen Sie die Längen der Strecken $[MP_n]$ und $[Q_nR_n]$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{MP_n}(\varphi) = 8 \cdot \tan\varphi \text{ cm} \;;\; \overline{Q_nR_n}(\varphi) = (10 - 10{,}67 \cdot \tan\varphi) \text{ cm}\right]$

3 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden AQ_nR_nS in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \left(-113{,}81 \cdot \tan^2\varphi + 71{,}10 \cdot \tan\varphi + 33{,}33\right) \text{cm}^3$.

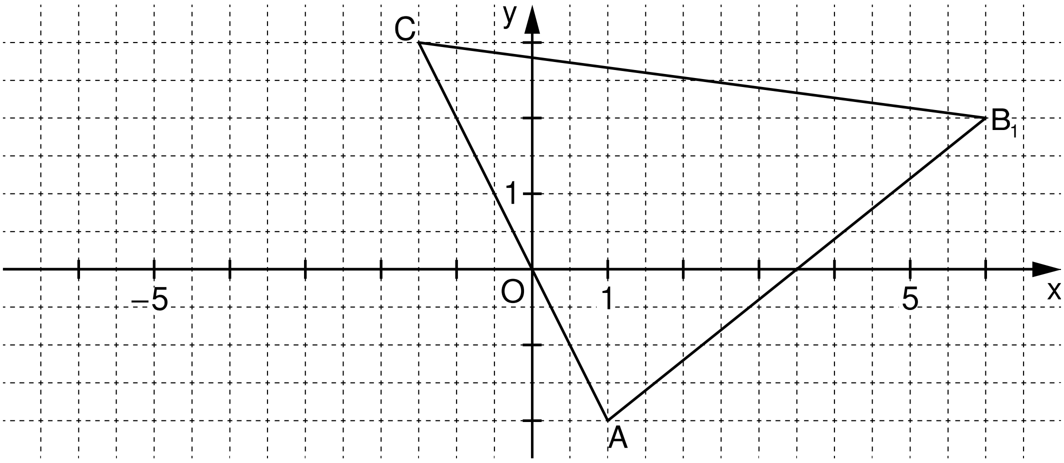
Bestimmen Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Pyramide AQ_1R_1S.

3 P

A 3.0 Die Punkte $A(1\,|\,-2)$ und $C(-1{,}5\,|\,3)$ legen für $\varphi \in \left]0°;180°\right[$ zusammen mit Pfeilen $\overrightarrow{AB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 4\sin\varphi + 3 \\ \frac{2}{\sin\varphi} \end{pmatrix}$ Dreiecke AB_nC fest.

Im Koordinatensystem ist das Dreieck AB_1C für $\varphi = 30°$ eingezeichnet.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Die Punkte B_n werden durch Punktspiegelung an $O(0\,|\,0)$ auf Punkte D_n abgebildet. Dadurch entstehen Vierecke AB_nCD_n.

Ergänzen Sie im Koordinatensystem zu A 3.0 das Dreieck AB_1C zum Viereck AB_1CD_1.

Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von φ gilt: $D_n\left(-4\sin\varphi - 4 \,\middle|\, 2 - \frac{2}{\sin\varphi}\right)$.

3 P

A 3.2 Begründen Sie, weshalb es unter den Vierecken AB_nCD_n kein Parallelogramm gibt.

2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit einer Gleichung der Form $y = a \cdot 2^{x-6} - 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f_1 verläuft durch den Punkt $P(5 \mid -1)$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = 8 \cdot 2^{x-6} - 5$ besitzt.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4; 6]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 6$; $-6 \leqq y \leqq 3$ 3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x‑Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -0{,}1$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -0{,}8 \cdot 2^{x-3} + 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ besitzt und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 für $x \in [-4; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

Geben Sie sodann die Gleichung der Asymptote des Graphen zu f_2 an. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n(x \mid 8 \cdot 2^{x-6} - 5)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n(x \mid -0{,}8 \cdot 2^{x-3} + 1)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n für $x < 4{,}74$ die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 3\,\text{LE}$.

Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3$ mit ihren Diagonalen in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_2.

Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob der Punkt B_2 auf dem Graphen zu f_1 liegt. 3 P

B 1.5 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nC_n}(x) = (-1{,}8 \cdot 2^{x-3} + 6)\,\text{LE}$.

Begründen Sie sodann, dass für den Flächeninhalt A der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gilt: $A < 9\,\text{FE}$. 3 P

B 1.6 Für die Raute $A_3B_3C_3D_3$ gilt: $\sphericalangle C_3B_3A_3 = 120°$.

Bestimmen Sie durch Rechnung die zugehörige x-Koordinate des Punktes A_3. 3 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B2 **Nachtermin**

B 2.0 Punkte $B_n(x\,|-x+2)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-x+2$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ und Punkte C_n auf der Geraden h mit der Gleichung $y=-0{,}75x+5{,}5$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ haben dieselbe Abszisse x. Sie sind für $x\in\,]-1;10[$ zusammen mit dem Punkt $A(-1\,|-4)$ und Punkten D_n die Eckpunkte von Vierecken $AB_nC_nD_n$.

Für die Punkte D_n gilt: $\sphericalangle B_nAD_n=40°$ und $\overline{AB_n}=\overline{AD_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Vierecke $AB_1C_1D_1$ für $x=0$ und $AB_2C_2D_2$ für $x=5$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5\leqq x\leqq 6$; $-4\leqq y\leqq 6$ — 3 P

B 2.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.

[Ergebnis: $D_n(1{,}41x-4{,}07\,|-0{,}13x+1{,}26)$] — 4 P

B 2.3 Für die Strecke $[AB_3]$ gilt: $[AB_3]\perp g$.

Berechnen Sie die zugehörige Belegung für x. — 2 P

B 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n gilt: $y=-0{,}09x+0{,}88$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.

Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen t in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein. — 3 P

B 2.5 Der Punkt D_4 liegt auf der Geraden h.

Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte B_4 und D_4.

Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob $AB_4\parallel t$ gilt.

[Teilergebnis: $x_{B_4}=7{,}86$] — 5 P

Bitte wenden!