Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

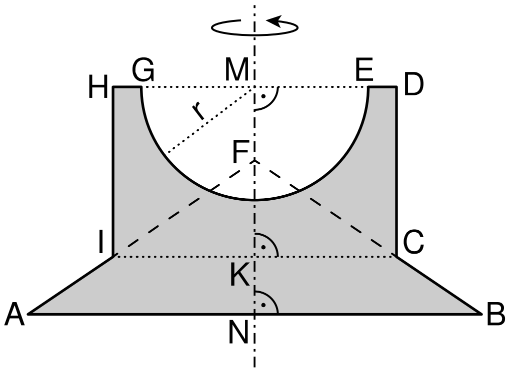
Mathematik II

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: ________ Platznummer: ________ Punkte: ________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1 Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse NM. Der Punkt F ist der Schnittpunkt der Geraden AI und BC.



Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\overline{FK} = 1{,}7\text{ cm}$; $\overline{CD} = 3\text{ cm}$;
$\overline{DE} = 0{,}5\text{ cm}$; $r = \overline{ME} = \overline{MG} = 2\text{ cm}$;
$IH \parallel NM \parallel CD$.

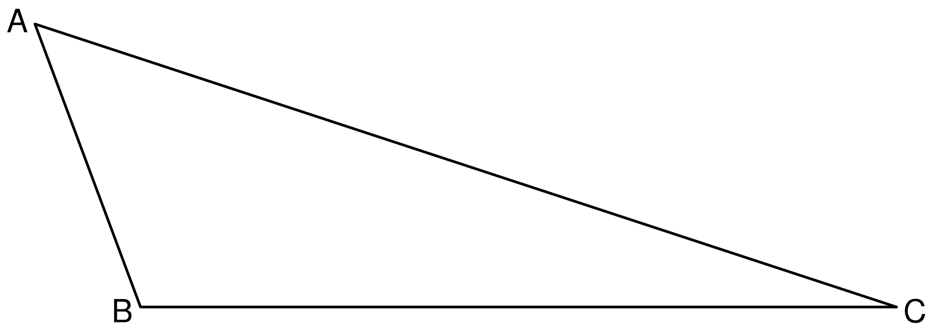
Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{FN} = 2{,}72\text{ cm}\right]$

5 P

A 2.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Seitenlängen $\overline{AB} = 4\text{ cm}$, $\overline{BC} = 10\text{ cm}$ und $\overline{AC} = 12\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels BAC.
$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle BAC = 51{,}32°]$

2 P

A 2.2 Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke $[AC]$. Auf dem Kreisbogen $\overset{\frown}{CA}$ mit dem Mittelpunkt M liegt der Punkt D mit $\overline{AD} = 6\text{ cm}$.

Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CA}$, das Dreieck ACD und die Strecke $[DM]$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein. 2 P

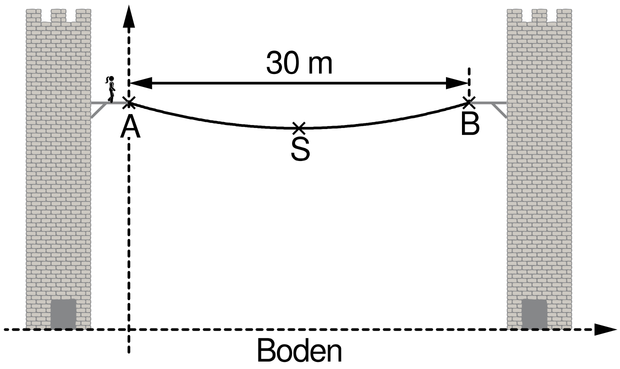
A 2.3 Begründen Sie, weshalb der Winkel ADC das Maß $90°$ und der Winkel DMA das Maß $60°$ hat.

2 P

A 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{DA}$ sowie die Strecken $[AB]$, $[BC]$ und $[CD]$ begrenzt wird.

3 P

A 3.0 An zwei Türmen sind auf einer Höhe von jeweils 15 m über dem Boden Plattformen angebracht. Zwischen den beiden 30 m voneinander entfernten Plattformen ist eine Brücke gespannt.



Der Verlauf der Brücke zwischen den Punkten $A(0|15)$ und $B(30|15)$ kann näherungsweise durch eine Parabel p beschrieben werden.

Diese hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+;\ a, b, c \in \mathbb{R};\ a \neq 0\right)$ und den Scheitelpunkt $S(15|12{,}75)$. Dabei entspricht x m der horizontal gemessenen Entfernung vom Punkt A und y m der Höhe über dem Boden.

A 3.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung der Parabel p gilt:
$y = 0{,}01x^2 - 0{,}3x + 15$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$.

3 P

A 3.2 Eine Person überquert die Brücke von A nach B. Sie geht bereits wieder aufwärts. Bei einer Höhe von 13 Metern über dem Boden bleibt sie stehen. Diese Position entspricht dem Punkt D auf der Parabel p.

Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes D.

2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-2\,|\,2{,}8)$ und $Q(7\,|\,1)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=-0{,}2x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$.

Die Gerade g hat die Gleichung $y=-0{,}2x-1$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y=-0{,}2x^2+0{,}8x+5{,}2$ hat.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-4; 9]$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 9$; $-4 \leqq y \leqq 7$ — 4 P

B 1.2 Punkte $A_n(x\,|\,-0{,}2x^2+0{,}8x+5{,}2)$ auf der Parabel p und Punkte $B_n(x\,|\,-0{,}2x-1)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x. Punkte D_n liegen auch auf der Parabel p und haben eine um drei größere Abszisse als die Punkte A_n. Zusammen mit Punkten C_n entstehen für $x \in \,]-3{,}60; 8{,}60[$ Trapeze $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $[A_nB_n] \parallel [C_nD_n]$ und $\overline{C_nD_n}=4\,\text{LE}$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x=-1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x=3$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 2 P

B 1.3 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x)=(-0{,}3x^2+1{,}5x+15{,}3)\,\text{FE}$.

Bestimmen Sie sodann den maximalen Flächeninhalt dieser Trapeze sowie den zugehörigen Wert für x. — 4 P

B 1.4 Der Flächeninhalt der Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ beträgt jeweils 16,5 FE.

Ermitteln Sie die zugehörigen Werte für x. — 2 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die y-Koordinate der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $y_{D_n}=-0{,}2x^2-0{,}4x+5{,}8$. — 2 P

B 1.6 Die Strecke $[A_5D_5]$ im Trapez $A_5B_5C_5D_5$ ist parallel zur x-Achse.

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Trapezes.

[Zwischenergebnis: $x_{A_5}=0{,}5$] — 3 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

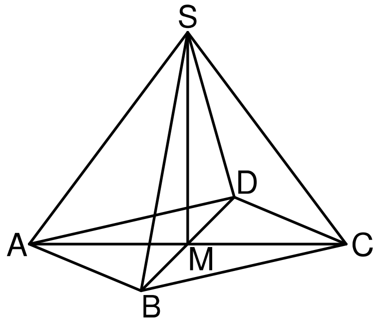
Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit der Höhe $[MS]$, deren Grundfläche die Raute ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist.

Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[CS]$ und das Maß des Winkels MSC.

$\left[\text{Teilergebnisse: } \overline{CS} = 10\text{ cm};\ \sphericalangle MSC = 36{,}87^\circ\right]$ 4 P

B 2.2 Der Punkt T liegt auf der Strecke $[CS]$ mit $\overline{ST} = 3\text{ cm}$. Punkte P_n liegen auf der Strecke $[MS]$ mit $\overline{MP_n} = x\text{ cm}$ $\left(x \in \mathbb{R}_0^+;\ x \in [0;8[\right)$. Zusammen mit den Punkten T und S bilden sie Dreiecke TSP_n.

Zeichnen Sie die Strecke $[P_1T]$ für $x = 2$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Ermitteln Sie sodann rechnerisch den Flächeninhalt des Dreiecks TSP_1 sowie das Maß des Winkels TP_1S. 4 P

B 2.3 Für den Winkel STP_2 gilt: $\sphericalangle STP_2 = 90^\circ$.

Zeichnen Sie die Strecke $[P_2T]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 2.4 Die Punkte P_n sind Mittelpunkte von Strecken $[Q_nR_n]$, wobei gilt: $Q_n \in [BS]$, $R_n \in [DS]$ und $[Q_nR_n] \parallel [BD]$. Die Dreiecke Q_nR_nS sind Grundflächen von Pyramiden Q_nR_nST, wobei T die Spitze der Pyramiden mit dem Höhenfußpunkt $H \in [MS]$ ist.

Zeichnen Sie die Pyramide Q_1R_1ST und die Pyramidenhöhe $[HT]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.5 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden Q_nR_nST in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = \left(0{,}375x^2 - 6x + 24\right)\text{ cm}^3$.

$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{Q_nR_n}(x) = (10 - 1{,}25x)\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.6 Unter den Pyramiden Q_nR_nST hat die Pyramide Q_3R_3ST das maximale Volumen.
Geben Sie den zugehörigen Wert für x und das maximale Volumen an. 2 P

Bitte wenden!