

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2022

MATHEMATIK

23. Juni 2022

8:30 Uhr – 11:25 Uhr

Die coronabedingte Anpassung der Prüfungsdauer ist bereits abgebildet (vgl. KMS mit Nr. III.2-BS7501.2022/24/1 vom 24.02.2022).

Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 29 MSO)

	Seite
Allgemeiner Hinweis	2
Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	9

Nicht für die Prüflinge bestimmt!

Auf die Bestimmungen zum Nachteilsausgleich (§ 33 BaySchO) und Notenschutz (§ 34 BaySchO) wird hingewiesen.

1. Allgemeiner Hinweis

Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist die Verwendung **eines** Wörterbuches – auch zweisprachig – in allen Prüfungsteilen **ausschließlich** als Printversion erlaubt.

2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse im Schuljahr 2021/22 ausnahmsweise in **175 Minuten** zu bearbeiten ist (vgl. KMS vom 24.02.2022 Nr. III.2-BS7501.2022/24/1). Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.

Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.

2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.

2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 06.11.2019 Nr. III.2 – BS7200.0/41/1).

3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45,0 – 38,0	37,5 – 31,0	30,5 – 23,0	22,5 – 15,0	14,5 – 7,0	6,5 – 0

3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.

3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsweg (Folgefehler) erhalten die Prüflinge die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.

3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.

Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.

3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.

3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.

3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.

Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.

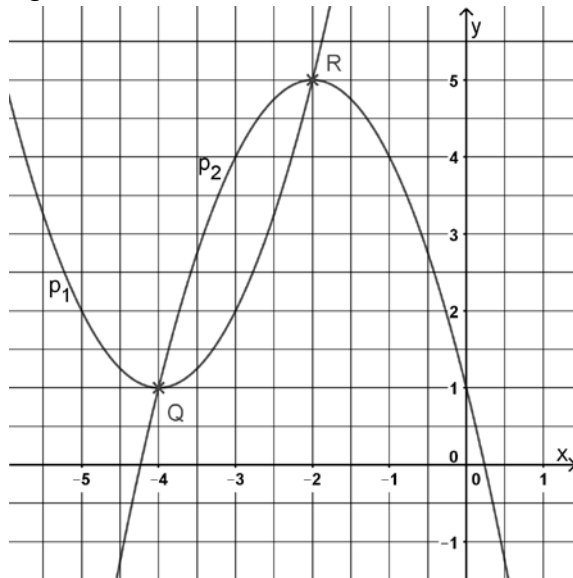
3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.

3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen

- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
- durch die Benutzung der π -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von 3,14,
- durch korrekte Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

3.11 Auf mathematische Genauigkeit und korrekte Schreibweisen ist zu achten.

Aufgabengruppe I – Ergebnisse

				Punkte
1. a)	Normalform von p_1 :			
	$p_1: y = (x + 4)^2 + 1$	$\Rightarrow p_1: y = x^2 + 8x + 17$		1
b)	Scheitelpunktform von p_2 und S_2 :			
	(I) $1 = -(-4)^2 - 4p + q$			
	(II) $1 = q$	$\Rightarrow p = -4$		1,5
		$\Rightarrow p_2: y = -x^2 - 4x + 1$		
		$\Rightarrow p_2: y = -(x + 2)^2 + 5$		1
		$\Rightarrow S_2 (-2 5)$		0,5
c)	Zeichnerische Lösung für Q und R:			
	 <p style="text-align: center;">Grafik: StMUK</p>			1
	Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen			
	$\Rightarrow Q (-4 1)$			0,5
	$\Rightarrow R (-2 5)$			0,5
	Hinweis: Aus einem falsch berechneten Scheitelpunkt für p_2 ergibt sich kein Folgefehler, da zusätzlich die Punkte A und B der Parabel p_2 angegeben sind.			
d)	Schnittpunkte M und N:			
	$x^2 + 2x - 2 = -x^2 - 2x + 4$			
	$x_1 = -3$	$\Rightarrow y_1 = 1$	$\Rightarrow M (-3 1)$	
	$x_2 = 1$	$\Rightarrow y_2 = 1$	$\Rightarrow N (1 1)$	2
				8

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
2. a) Anzahl der Jahre: $25000 = 37450 \cdot 0,873^n \Rightarrow n \approx 3$	1,5
b) Wertverlust in Prozent: $9000 = 37450 \cdot q^8 \Rightarrow q \approx 0,837 \Rightarrow p = 16,3$	1,5
c) Wert des Autos in € nach 6 Jahren: $W_6 = 37450 \cdot 0,75 \cdot 0,82 \cdot 0,91^4 \Rightarrow W_6 \approx 15794$	1
	4
3. \overline{AF} in cm: $\overline{AF} \cdot 8 = 72 \Rightarrow \overline{AF} = 9$	0,5
\overline{CF} in cm: $\tan 25^\circ = \frac{\overline{CF}}{9} \Rightarrow \overline{CF} \approx 4,2$	1
\overline{BF} in cm: $4,2^2 = 9 \cdot \overline{BF} \Rightarrow \overline{BF} \approx 2$	1
Flächeninhalt des Dreiecks ABC in cm^2 : $A = 0,5 \cdot (9 + 2) \cdot 4,2 \Rightarrow A = 23,1$	0,5
	3
4. Vereinfachter Term: $6x^5z$	2
	2
5. a) Funktionsgleichung von g_1 : $m_1 = \frac{3}{4}$ $t_1 = 1,5 \Rightarrow g_1: y = \frac{3}{4}x + 1,5$	1
b) x-Koordinate der Nullstelle: $0 = -2,5x - 7,5 \Rightarrow x = -3$	0,5
c) y-Koordinate von P: $y = -2,5 \cdot (-4) - 7,5 \Rightarrow y = 2,5$	0,5
d) Funktionsgleichung von g_4 : $m_3 = 0,25 \Rightarrow m_4 = -4$ $-2 = -4 \cdot 4,5 + t_4 \Rightarrow t_4 = 16 \Rightarrow g_4: y = -4x + 16$	0,5 1

Fortsetzung nächste Seite

e) Koordinaten von D:

$$g_5: y = -1,25x + 7$$

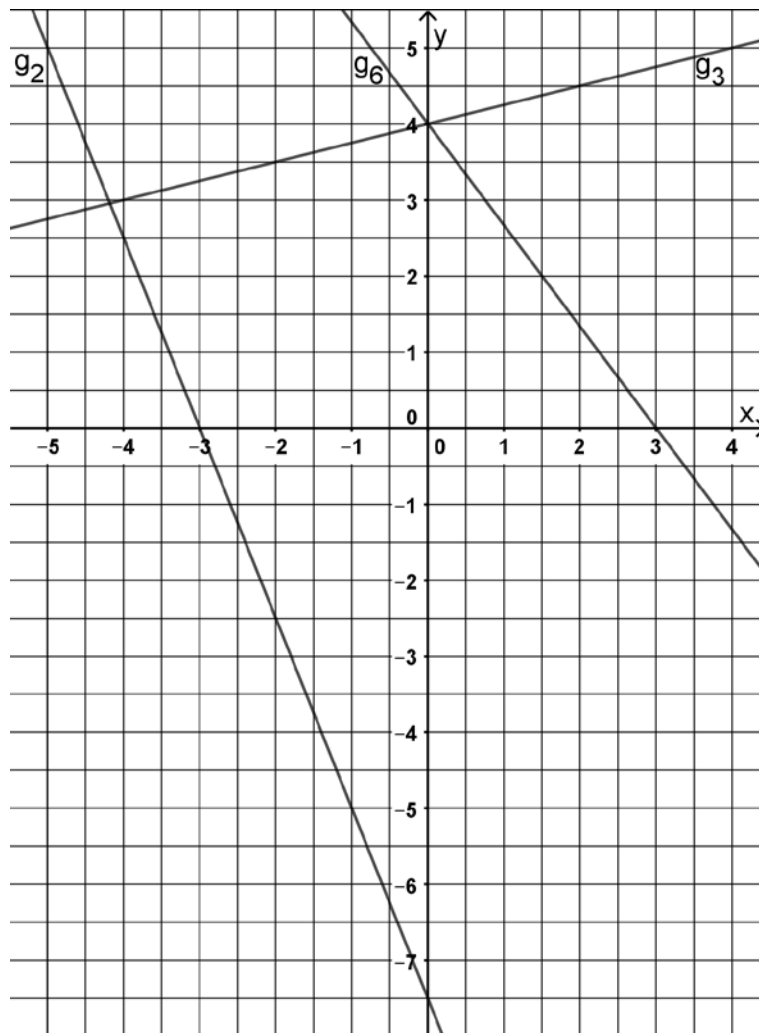
$$-1,25x + 7 = 0,25x + 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 4,5$$

f) Funktionsgleichung von g_6 :

$$m_6 = -\frac{4}{3} \Rightarrow t_6 = 4$$

$$\Rightarrow g_6: y = -\frac{4}{3}x + 4$$

g) Zeichnung:



Grafik: StMUK

Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen

Punkte

0,5

1

1

0,5

1,5

8

Fortsetzung nächste Seite

		Punkte
6. $D = \mathbb{R} \setminus \{-6,5; 1,5\}$		0,5
<i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Definitionsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig angegeben wird.</i>		
$(1,5x + 6) \cdot (2x - 3) = (x - 3)(x + 6,5)$		
$x^2 + 2x + 0,75 = 0$		
$x_1 = -1,5$ und $x_2 = -0,5$		3
$L = \{-1,5; -0,5\}$		0,5
<i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Lösungsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig angegeben wird.</i>		
		4
7. a) Volumen der vier Kugeln in cm^3 :		
$V = 4 \cdot \frac{4}{3} \cdot 1,5^3 \cdot 3,14$	$\Rightarrow V = 56,52$	1
Volumen in der Verpackung in cm^3 :		
$V = 1,6^2 \cdot 3,14 \cdot 12,2$	$\Rightarrow V \approx 98,07$	1
Volumen der Luft in Prozent:		
$p_{\text{Kugeln}} = 56,52 : 98,07 \cdot 100$	$\Rightarrow p_{\text{Kugeln}} \approx 58$	
	$\Rightarrow p_{\text{Luft}} = 42$	1
b) Oberfläche der Kugel in cm^2 :		
$O = 4 \cdot 1,5^2 \cdot 3,14$	$\Rightarrow O = 28,26$	1
c) Masse der Goldkugel in g:		
$m = 0,753 \cdot 19,3$	$\Rightarrow m \approx 14,5$	1
		5
8. \overline{BC} bei Scheinwerferposition A in cm:		
$\frac{\overline{BC}}{7,5} = \frac{100}{12}$	oder	$\frac{100}{\overline{BC}} = \frac{112}{\overline{BC} + 7,5}$
$\Rightarrow \overline{BC} = 62,5$		1,5
$\overline{D'C'}$ in cm:		
$\Rightarrow 2 \cdot 62,5 + 15 = 140$		0,5
<i>Hinweis: Es sind auch weitere Lösungswege möglich.</i>		
Fortsetzung nächste Seite		

Größe des Winkels α in Grad:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{62,5}{100} \quad \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \approx 32 \quad \Rightarrow \alpha = 64$$

Punkte

2

4

9. I. $49a^6 + \boxed{140a^3c} + 100c^2 = (\boxed{7a^3} + \boxed{10c})^2$

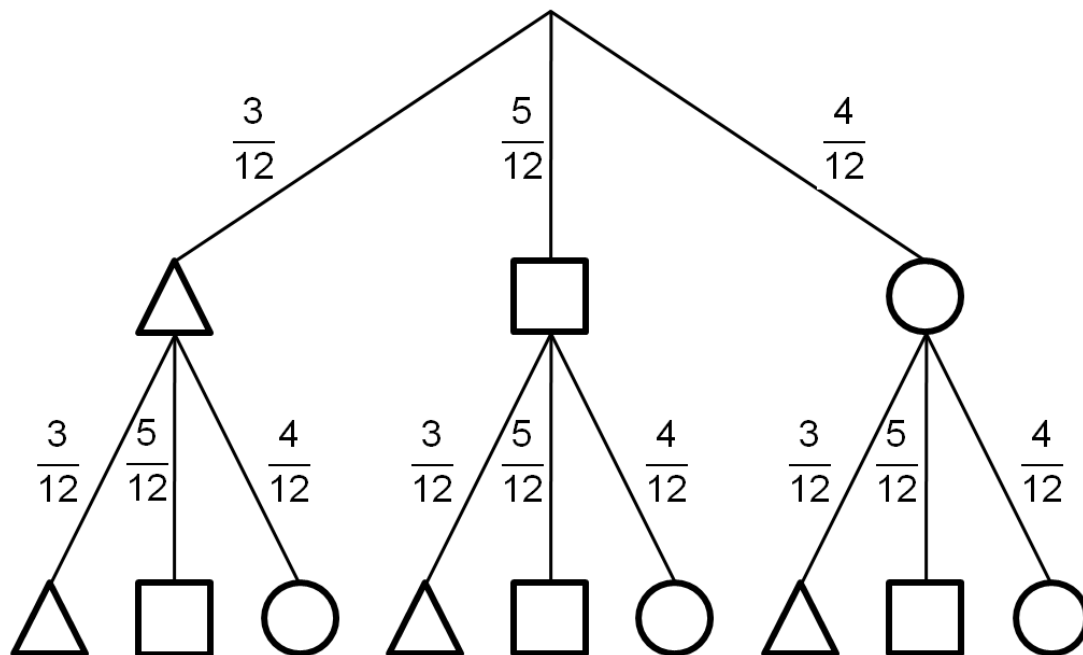
1,5

II. $(18ac + \boxed{\frac{1}{5}b}) \cdot (18ac - \boxed{\frac{1}{5}b}) = \boxed{324a^2c^2} - \frac{1}{25}b^2$

1,5

3

10. a) Baumdiagramm:



Grafik: StMUK

1

b) Wahrscheinlichkeit in Prozent:

$$P = \frac{3}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} = \frac{5}{144} \quad \Rightarrow P \approx 3,5$$

1

c) Wahrscheinlichkeit in Prozent

$$P = 1 - \left(\frac{4}{12}\right)^4 = 1 - \frac{1}{81} = \frac{80}{81} \quad \Rightarrow P \approx 98,8$$

2

4

Summe:

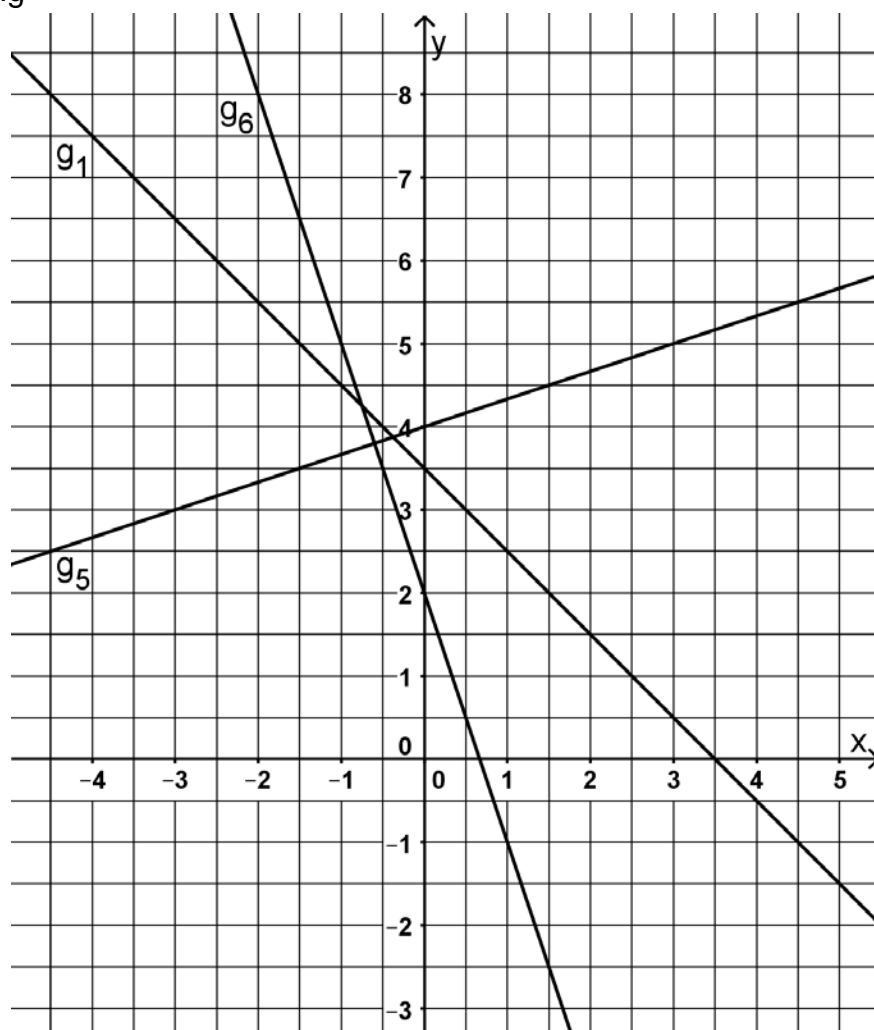
45

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

	Punkte
1. a) Koordinaten von N:	
$0 = -x + 3,5 \quad \Rightarrow x = 3,5 \quad \Rightarrow N(3,5 \mid 0)$	1
b) Funktionsgleichung von g_2 :	
$m_2 = \frac{6,5 - 3,5}{4 - 2} \quad \Rightarrow m_2 = 1,5$	
$3,5 = 1,5 \cdot 2 + t_2 \quad \Rightarrow t_2 = 0,5 \quad \Rightarrow g_2: y = 1,5x + 0,5$	1,5
<i>Hinweis: Auch Lösungen durch Zeichnung und das Einsetzen anderer Wertepaare sind als richtig zu werten.</i>	
c) Koordinaten von T:	
$-x + 3,5 = -0,2x - 1,5 \quad \Rightarrow x = 6,25 \quad \Rightarrow y = -2,75$	1
$\Rightarrow T(6,25 \mid -2,75)$	0,5
d) Funktionsgleichung von g_4 :	
$y = -x - 3,5$	1
<i>Hinweis: Angabe der Gleichung genügt.</i>	
e) Funktionsgleichung von g_6 :	
$m_5 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow m_6 = -3$	
$5 = -3 \cdot (-1) + t_6 \quad \Rightarrow t_6 = 2 \quad \Rightarrow y = -3x + 2$	1,5

Fortsetzung nächste Seite

f) Zeichnung



Grafik: StMUK

Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen.

Punkte

1,5

8

2. Volumen des Teigs in cm^3 :

$$V = 13^2 \cdot 3,14 \cdot 20 \quad \Rightarrow V = 10613,2$$

Volumen einer Kugel in cm^3 :

$$V = \frac{4}{3} \cdot 2,5^3 \cdot 3,14 \quad \Rightarrow V \approx 65,4$$

Anzahl der Kugeln:

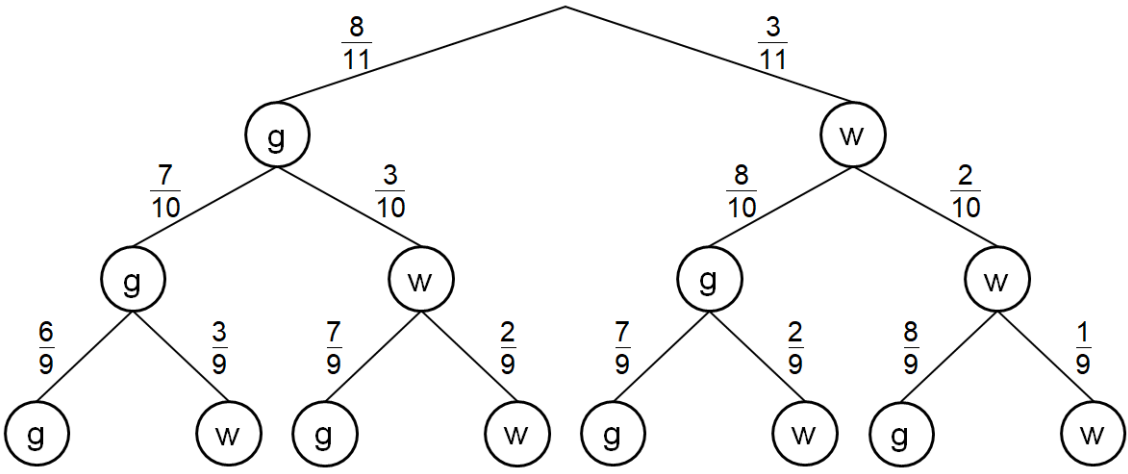
$$10613,2 : 65,4 \approx 162,28 \quad \Rightarrow 162$$

0,5

1

0,5

Fortsetzung nächste Seite

			Punkte
Volumen des restlichen Teigs in cm ³ :			
$10613,2 - 162 \cdot 65,4 = 18,4$			
Durchmesser der kleinen Kugel in cm:			
$18,4 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3,14$	$\Rightarrow r \approx 1,6$	$\Rightarrow d = 3,2$	2
			4
3. a) Korrekte Anwendungen des Strahlensatzes:			
I. $\frac{a+b+c}{\boxed{i}} = \frac{a}{g}$	II. $\frac{c}{f} = \frac{\boxed{b}}{e}$	III. $\frac{\boxed{d+e}}{h} = \frac{d}{g}$	3
b) Länge der Strecke h in cm:			
$\frac{h}{2} = \frac{10}{4}$	$\Rightarrow h = 5$		1
Hinweis: Auch andere Lösungswege sind möglich.			
			4
4. a) Baumdiagramm:			
			
Grafik: StMUK			2
b) Wahrscheinlichkeit für mindestens zwei gelbe Kugeln:			
$\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{8}{11} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} + \frac{3}{11} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{28}{33}$			1,5
Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit in Prozent, als Dezimalbruch oder in Dezimalschreibweise ist auch als richtig zu werten.			
c) Anzahl der Reihenfolgen:			
$11! = 39916800$			0,5
			4
Fortsetzung nächste Seite			

5. a) p_1 in Normalform:

$$(I) \quad 1 = (-3)^2 - 3p + q$$

$$(II) \quad 6 = 2^2 + 2p + q$$

$$\Rightarrow p = 2$$

$$\Rightarrow q = -2$$

$$\Rightarrow p_1: y = x^2 + 2x - 2$$

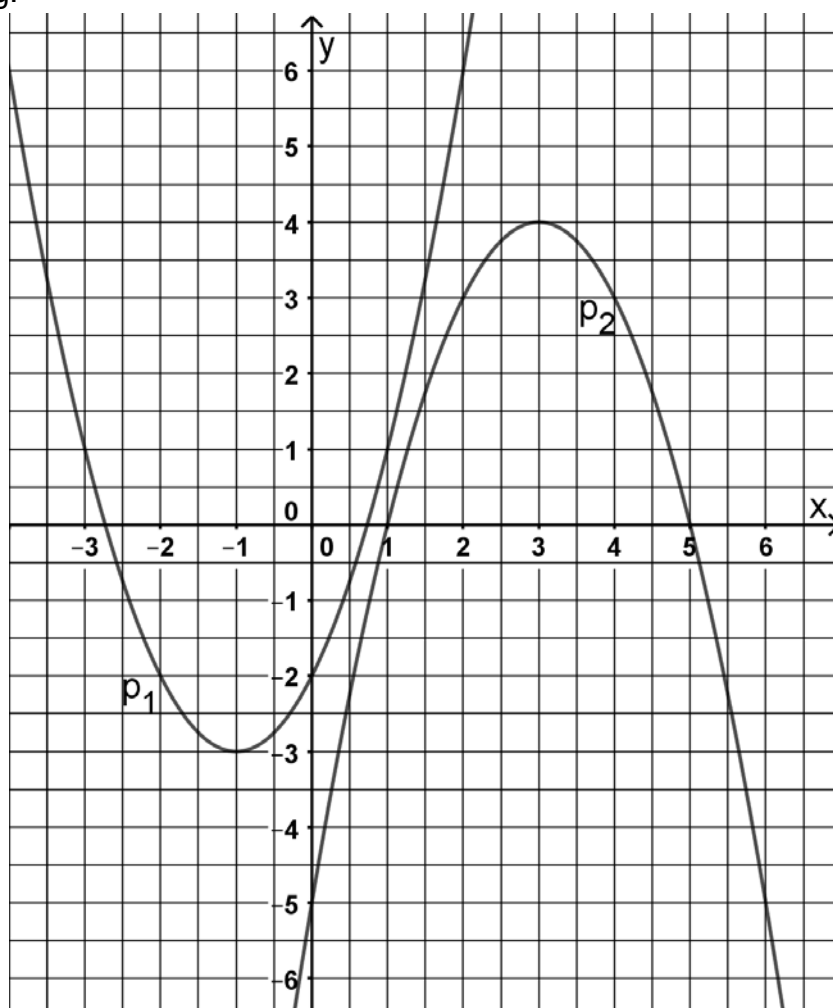
1,5

b) p_2 in Normalform:

$$p_2: y = -(x - 3)^2 + 4 \Rightarrow y = -x^2 + 6x - 5$$

1

c) Zeichnung:



Grafik: StMUK

1

Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen

d) Fehlende y-Koordinate:

$$y = -7^2 + 7 \cdot 7 + 14 \Rightarrow y = 14$$

0,5

e) Nachweis:

$$y = -(-3)^2 + 7 \cdot (-3) + 14 = -16 \neq 16$$

$\Rightarrow D$ liegt nicht auf p_3 .

0,5

f) Scheitelpunkt S_3 :

$$y = -(x - 3,5)^2 + 26,25 \Rightarrow S_2 (3,5 | 26,25)$$

1

	Punkte
g) Schnittpunkte N_1 und N_2 : $0 = x^2 - 20x + 96 \quad \Rightarrow x_1 = 8; \quad x_2 = 12$	1
h) Nachweis: g: $y = -3x + 19$ $x^2 - 20x + 96 = -3x + 19$ $(x - 8,5)^2 = -4,75 \quad \Rightarrow \text{keine Lösung}$ <i>Hinweis: Auch eine Lösung mit Hilfe der Formel ist möglich.</i>	0,5 1
	8
6. a) Mathematisch korrekter Term: $\sqrt{m^8 b^2} = m^4 b \quad \text{oder} \quad \sqrt{(m^4)^2 b^2} = m^4 b$	1
b) $(0,8a^2 - 2,5b^9)^2 = 0,64a^4 - 4a^2b^9 + 6,25b^{18}$	2
	3
7. a) $\overline{DE} = 4 \text{ m}$ $\overline{DF}^2 = 2,25 \cdot 4 \text{ m}^2 \quad \Rightarrow \overline{DF} = 3 \text{ m}$ Flächeninhalt des Dreiecks CEF in m^2 : $A_{\text{CEF}} = \frac{6,25 \cdot 3}{2} \quad \Rightarrow A_{\text{CEF}} = 9,375$ Flächeninhalt des Trapez ABCF in m^2 : $A_{\text{ABE}} = 9,375 \cdot 1,5^2 \quad \Rightarrow A_{\text{ABE}} \approx 21,1$ $A_{\text{ABCF}} = 21,1 - 9,375 \quad \Rightarrow A_{\text{ABCF}} = 11,725$ <i>Hinweis: Streckung des Dreiecks CEF auf ABE: $k = 1,5$. Auch andere Lösungswege sind möglich.</i>	3
b) Nachweis: $\sphericalangle \text{CBA} = \sphericalangle \text{DCF}$ $\tan(\sphericalangle \text{CBA}) = \frac{3}{2,25} \quad \Rightarrow \sphericalangle \text{CBA} \approx 53^\circ$ $\sphericalangle \text{FED} = 180^\circ - 90^\circ - 53^\circ \quad \Rightarrow \sphericalangle \text{FED} = 37^\circ$ $\Rightarrow \text{für den LED-Lichtschlauch geeignet}$ <i>Hinweis: Auch andere Lösungswege sind möglich.</i>	2
	5
8. $D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$ <i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Definitionsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	0,5

Fortsetzung nächste Seite

$-256 - 64x = -64x - 16x^2 - 256 - 64x - 10x^2 - 40x$ $x^2 + 4x = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0 \text{ und } (x_2 = -4)$ $L = \{0\}$ <i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Lösungsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>			Punkte
			3
			0,5
			4
9. a) Jährliches Wachstum in Prozent:			
$460725 + 30800 = 460725 \cdot q^9$	$\Rightarrow q \approx 1,0072$	$\Rightarrow p = 0,72$	1,5
b) Zeitraum in Jahren:			
$2000000 = 1847253 \cdot 1,0038^n$	$\Rightarrow n \approx 21$		1,5
c) Einwohnerzahl nach 10 Jahren:			
$W_{10} = 246334 \cdot 0,9899^{10}$	$\Rightarrow W_{10} \approx 222555$		1
d) Anzahl der Einwohner im Jahr 2000:			
$2510 = W_0 \cdot 0,972^{21}$	$\Rightarrow W_0 \approx 4557$		1
			5
Summe:			45