Mathematik

Abiturprüfung 2022

Prüfungsteile A und B

Bewertungsschlüssel und Erwartungshorizont

(nicht für den Prüfling bestimmt)

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Aufgabe nach der jeweils am linken Rand der Aufgabenstellung vermerkten, maximal erreichbaren Anzahl von Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Für jede Teilaufgabe sind die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und die Anforderungsbereiche ausgewiesen, die für die Bearbeitung eine wesentliche Rolle spielen.

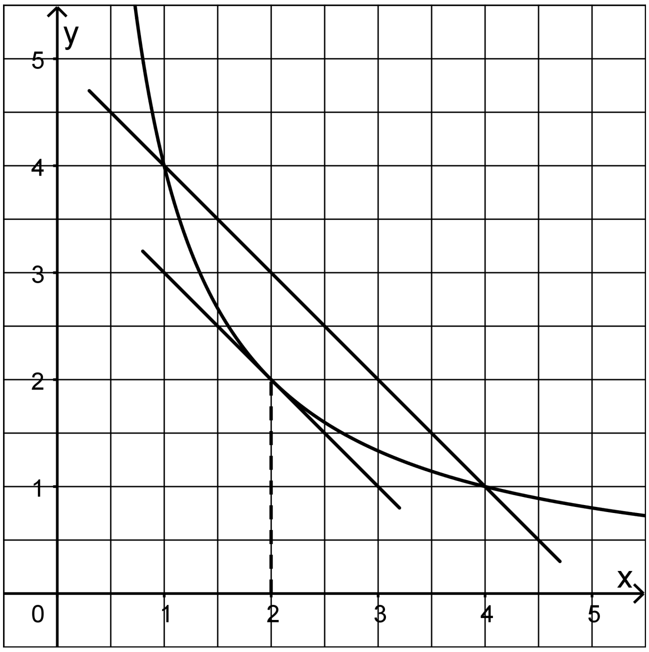
Die von einem Prüfling in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten werden gemäß folgender Tabelle in Notenpunkte umgesetzt:

Intervall	Anzahl der mindestens zu erreichenden Bewertungseinheiten	Notenpunkte	Notenstufe
15 %	114 108 102	15 14 13	+ 1 1 1 –
15 %	96 90 84	12 11 10	+ 2 2 2 –
15 %	78 72 66	9 8 7	+ 3 3 3 –
15 %	60 54 48	6 5 4	+ 4 4 4 –
20 %	40 32 24	3 2 1	+ 5 5 5 –
20 %	0	0	6

Analysis

Aufgabengruppe 1

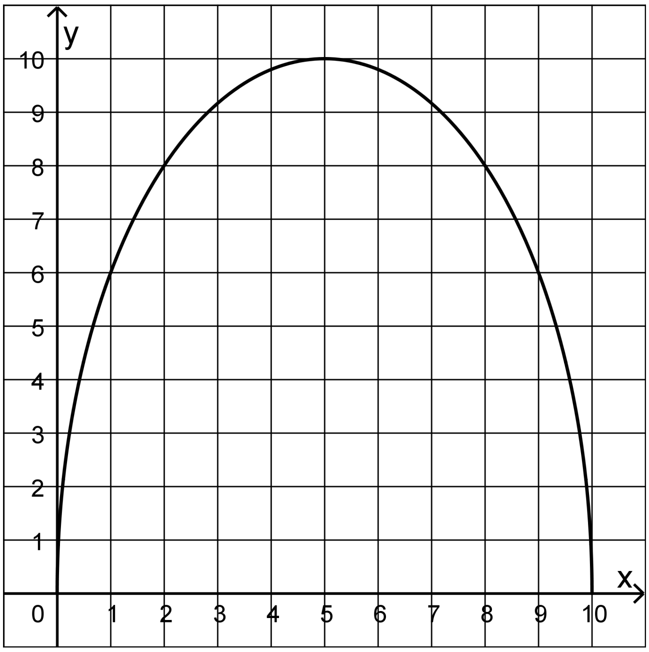
Prüfungsteil A

	BE	
1 a	2	$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; Nullstellen: -2 und 0
b	3	$h(x) = \frac{3x^2 + 4}{x^2 + 1}$
2 a	2	$\int_1^e g(x)\,dx = [4\ln x]_1^e = 4\ln e - 4\ln 1 = 4$
b	3	 $x_0 = 2$
3 a	2	$f(6) = 2;\ g(6) = 3$
b	3	$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \vee f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee f(x) = 3 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 3 \vee x = 5$
4 a	1	$f_a'(0) = -a \cdot e^{-0} = -a$
b	4	$f_a(0) = 3 + a$; $y = -a \cdot x + 3 + a$ ist eine Gleichung der Tangente. Ihre Steigung ist positiv für $a < 0$. x-Koordinate des Schnittpunkts: $-a \cdot x + 3 + a = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3+a}{a}$ Damit: $\frac{1}{2} < \frac{3+a}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{2}a > 3 + a \Leftrightarrow a < -6$
	20	

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
1 a	2					I	
b	3		II		II		
2 a	2					I	
b	3		II		II		
3 a	2				I	II	
b	3		III		III	II	
4 a	1		I			II	
b	4		III			III	II

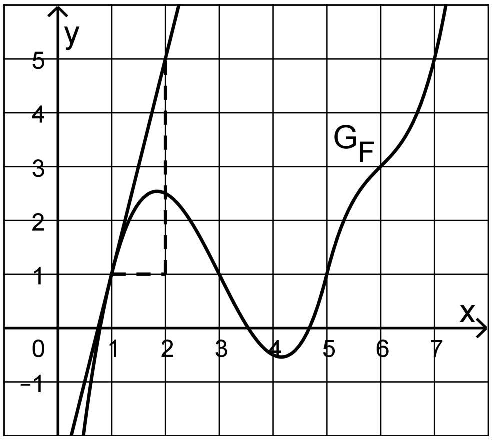
Prüfungsteil B

	BE	
a	2	$f(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{10x-x^2}=0 \Leftrightarrow x\cdot(10-x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=10$
b	5	$f'(x)=2\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{10x-x^2}}\cdot(10-2x)=\frac{10-2x}{\sqrt{10x-x^2}}$ $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=5$ $f(5)=2\cdot\sqrt{10\cdot5-5^2}=10$ Damit ist $(5\|10)$ der gesuchte Punkt. Wegen $f(0)=0$ und $f(5)>0$ handelt es sich um einen Hochpunkt.
c	3	Angenommen, Term II ist der gesuchte Term, so gilt $f''(1)=\frac{50}{(10-1)\cdot\sqrt{10-1}}>0$. Dies steht im Widerspruch dazu, dass G_f rechtsgekrümmt ist. Also ist Term I ein Term von f''.
d	5	$f(5-x)=2\cdot\sqrt{10\cdot(5-x)-(5-x)^2}=2\cdot\sqrt{50-10x-\left(25-10x+x^2\right)}=$ $=2\cdot\sqrt{25-x^2}$ $f(5+x)=2\cdot\sqrt{10\cdot(5+x)-(5+x)^2}=2\cdot\sqrt{50+10x-\left(25+10x+x^2\right)}=$ $=2\cdot\sqrt{25-x^2}$ Zwei x-Werten, die von 5 den gleichen Abstand haben, wird stets der gleiche Funktionswert zugeordnet. Damit liegen die zugehörigen Graphenpunkte symmetrisch bezüglich der Gerade mit der Gleichung $x=5$.

e	4	$]0;10[$ $\lim\limits_{x\to 0} f'(x) = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\overbrace{10-2x}^{\to 10}}{\underbrace{\sqrt{10x-x^2}}_{\to 0^+}} = +\infty$ Für $x \to 0$ wird die Steigung von G_f beliebig groß.
f	4	 $f(8) = 8$
g	2	$\tan\alpha = f'(2) = \frac{10-2\cdot 2}{\sqrt{10\cdot 2-2^2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha \approx 56{,}3°$
h	5	$C(10-s\,\vert\,f(s))$ Diagonalenlänge: $\sqrt{((10-s)-s)^2+(f(s)-0)^2} = \sqrt{(10-2s)^2+\left(2\cdot\sqrt{10s-s^2}\right)^2} =$ $= \sqrt{100-40s+4s^2+4\cdot\left(10s-s^2\right)} = \sqrt{100} = 10$
i	1	Liegt das Bohrloch 3,60 m über dem Speicherboden, so beträgt die Spritzweite 9,60 m.
j	5	$f(x) = 6 \Leftrightarrow \sqrt{10x-x^2} = 3 \Leftrightarrow 10x-x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2-10x+9 = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 9$ Infrage kommen die Höhen 1 m und 9 m. Höhe für die maximale Spritzweite: 5 m
k	4	$\int\limits_0^{60} g(t)\,dt = \left[0{,}125t^2-25t\right]_0^{60} = 0{,}125\cdot 60^2-25\cdot 60 = -1050$ Volumen des abgeflossenen Wassers: 1050 l
	40	

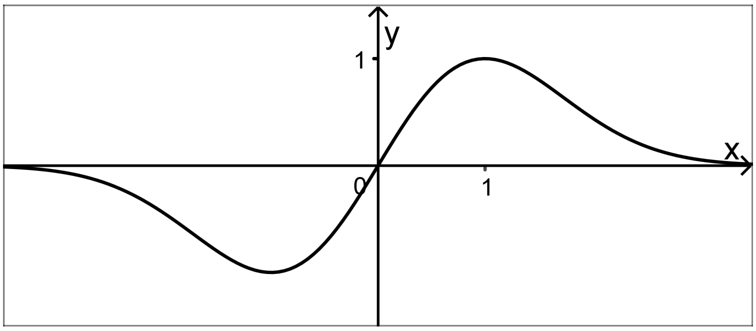
Teil-aufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2					I	
b	5	II				II	
c	3	III			II		
d	5	III				II	
e	4					II	II
f	4				I		
g	2					I	
h	5	III	III			II	
i	1			I			I
j	5		II	I		II	
k	4		I	II		II	

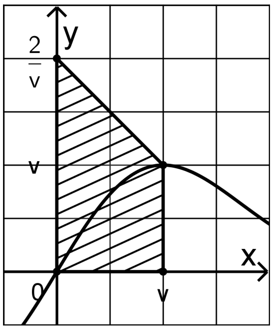
Analysis
Aufgabengruppe 2
Prüfungsteil A

	BE	
1 a	2	$D_g = \mathbb{R} \setminus \{-3;3\}$ $y = 2$
b	3	$g'(x) = \frac{4x \cdot (x^2-9) - 2x^2 \cdot 2x}{(x^2-9)^2} = \frac{-36x}{(x^2-9)^2}$ $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$
2 a	2	$\int_1^7 f(x)\,dx = F(7) - F(1) = 5 - 1 = 4$
b	3	 $f(1) = F'(1) = 4$
3 a	2	Nullstelle von h: $x = 2$ $h'(x) = \frac{1}{2x-3} \cdot 2$
b	3	$D_g =]2;+\infty[$ $g'(x) = f'(x) \Leftrightarrow \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x) = f'(x) \Leftrightarrow f(x) = 1 \Leftrightarrow x = 4$
4 a	1	$f_a'(0) = -a \cdot e^{-0} = -a$
b	4	$f_a(0) = 3 + a$; $y = -a \cdot x + 3 + a$ ist eine Gleichung der Tangente. Ihre Steigung ist positiv für $a < 0$. x-Koordinate des Schnittpunkts: $-a \cdot x + 3 + a = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3+a}{a}$ Damit: $\frac{1}{2} < \frac{3+a}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{2}a > 3 + a \Leftrightarrow a < -6$
	20	

Teil-aufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
1 a	2				II	I	
b	3	I				II	
2 a	2		II		II	I	
b	3		II		II		
3 a	2				I	II	
b	3		III		III	III	
4 a	1		I			II	
b	4		III			III	II

Prüfungsteil B

	BE	
1 a	4	$f(-x) = (-x)\cdot e^{-\frac{1}{2}(-x)^2+\frac{1}{2}} = -x\cdot e^{-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}} = -f(x)$ Wegen $e^{-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}} > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f(x)=0 \Leftrightarrow x=0$. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$
b	2	$f'(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}} + x\cdot(-x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}}$
c	5	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=1$ Wegen $f'(x)>0$ für $-1<x<1$ ist f streng monoton zunehmend in $[-1;1]$; wegen $f'(x)<0$ für $x<-1$ und $x>1$ ist f streng monoton abnehmend in $]-\infty;-1]$ und $[1;+\infty[$. Es gilt $f(1)=1$. 
d	3	$\int_0^1 f(x)\,dx = -\int_0^1 (-x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}}dx = -\left[e^{-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}}\right]_0^1 = -1+e^{\frac{1}{2}}$
e	3	Für jede reelle Zahl $w>2022$ schließen der Graph von f, die x-Achse und die Gerade mit der Gleichung $x=w$ ein Flächenstück ein. Dessen Inhalt stimmt ungefähr mit dem Inhalt des Flächenstücks überein, das der Graph von f, die x-Achse und die Gerade mit der Gleichung $x=2022$ einschließen.

2 a	3	$f_a(1)=1 \Leftrightarrow e^{-\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}}=1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow a=1$
b	2	Steigung: $\sqrt{e}$; Schnittpunkt: $(0\|0)$
c	3	Alle Graphen der Schar schneiden sich im Koordinatenursprung und haben dort die gleiche Steigung. Keiner der Graphen hat einen weiteren Punkt mit einem anderen Graphen der Schar gemeinsam.
d	3	$k\cdot f_a\left(\frac{x}{k}\right)=k\cdot\frac{x}{k}\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot a\cdot\left(\frac{x}{k}\right)^2+\frac{1}{2}}=x\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{k^2}\cdot x^2+\frac{1}{2}}=f_{\frac{a}{k^2}}(x)$
e	3	Die Gleichung $a\cdot x^2=1$ hat für $a>0$ genau zwei Lösungen, für $a\leq 0$ keine Lösung. Damit gehören zur Gruppe I die Werte $a>0$, zur Gruppe II die Werte $a\leq 0$.
f	3	Die Funktion f_1 der Schar ist die Funktion f aus der Aufgabe 1. Der Graph von f ist symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs und hat den Hochpunkt $(1\|1)$.
g	6	 Für $v>0$ gilt: $\frac{1}{2}\cdot\left(v+\frac{2}{v}\right)\cdot v=49 \Leftrightarrow \frac{1}{2}v^2+1=49 \Leftrightarrow v^2=96$ $a\cdot 96=1 \Leftrightarrow a=\frac{1}{96}$
	40	

Teil-aufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
1 a	4	I			I	I	
b	2					I	
c	5	I	II		I	I	
d	3	II			III	III	II
e	3	II			II		II
2 a	3		II			I	
b	2				I	I	
c	3	II	II		II		II
d	3		II			III	II
e	3	II	II				II
f	3	I	II				
g	6		III		II	II	I

Stochastik

Aufgabengruppe 1

Prüfungsteil A

	BE	
a	2	Bei Verwendung des Ergebnisraums $\{(1;1),(1;2),...,(2;1),...,(6;6)\}$ bestehen beide betrachteten Ereignisse jeweils aus drei Ergebnissen.
b	3	Da die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y asymmetrisch ist, kommt dafür nur das Diagramm III infrage. Die Wahrscheinlichkeit $P(X=3)$ ist doppelt so groß wie die Wahrscheinlichkeit $P(X=2)$. Folglich wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X durch das Diagramm II dargestellt.
	5	

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2	I		I			
b	3	II		II	II		II

Prüfungsteil B

	BE	
1 a	6	$P(E_1)=P_{0,05}^{15}(X_{15}=0)\approx 46,3\,\%$ $P(E_2)=P_{0,05}^{15}(X_{15}\leq 2)\approx 96,4\,\%$ $P(E_3)=P_{0,05}^{15}(X_{15}=2)+P_{0,05}^{15}(X_{15}=3)\approx 16,5\,\%$
b	4	$P_{0,05}^{n}(X_n\geq 1)\geq 0,99 \Leftrightarrow 1-P_{0,05}^{n}(X_n=0)\geq 0,99 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow P_{0,05}^{n}(X_n=0)\leq 0,01 \Leftrightarrow 0,95^n\leq 0,01 \Leftrightarrow n\geq \log_{0,95}0,01;$ $\log_{0,95}0,01\approx 89,8$ Der gesuchte Wert von n ist 90.
c	4	$E(X_{400})=20$; $\sigma=\sqrt{400\cdot 0,05\cdot 0,95}\approx 4,4$; somit: $16\leq X_{400}\leq 24$ Kleinstmöglicher Wert: $\frac{16}{400}=0,04$; größtmöglicher Wert: $\frac{24}{400}=0,06$
d	3	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert einer Zufallsgröße um weniger als zwei Standardabweichungen vom Erwartungswert abweicht, beträgt mindestens 75 %.

2 a	4	<table><tr><td></td><td>T</td><td>$\overline{T}$</td><td></td></tr><tr><td>S</td><td>x</td><td></td><td>105</td></tr><tr><td>$\overline{S}$</td><td></td><td>$3x$</td><td></td></tr><tr><td></td><td>19</td><td></td><td>150</td></tr></table> $19 - x + 3x = 150 - 105 \Leftrightarrow 2x = 26 \Leftrightarrow x = 13$
b	4	$P_S(T) = \frac{13}{105} \approx 12{,}4\ \%$; $P_{\overline{S}}(T) = \frac{19-13}{150-105} \approx 13{,}3\ \%$ Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Pflanze vom tropischen Pilz befallen wurde, ist bei einer behandelten Pflanze nur geringfügig kleiner als bei einer unbehandelten Pflanze.
	25	

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
1 a	6		I	I		I	
b	4		III	II		III	
c	4		II			II	II
d	3					III	III
2 a	4		II		II	I	II
b	4	II		II	I	I	II

Stochastik

Aufgabengruppe 2

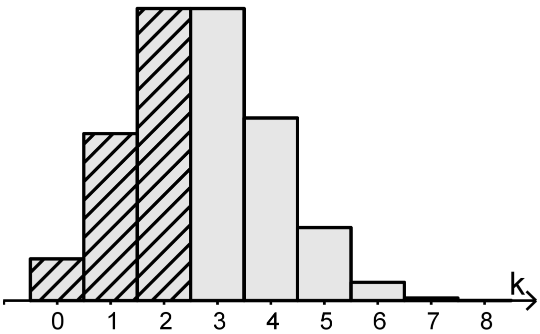
Prüfungsteil A

	BE	
a	2	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{81}$
b	3	Bezeichnet man die gesuchten Zahlen mit a, b und c, so gilt: $\frac{1}{6}\cdot 1+\frac{1}{6}\cdot 1+\frac{1}{6}\cdot 7+\frac{1}{6}\cdot a+\frac{1}{6}\cdot b+\frac{1}{6}\cdot c=\frac{31}{6} \Leftrightarrow 1+1+7+a+b+c=31 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a+b+c=22$ Mögliche Beschriftung: 6, 8, 8
	5	

Teil-aufgabe	BE	K1	K2	K3	K4	K5	K6
		allgemeine mathematische Kompetenzen					
a	2		II			I	I
b	3	I	II			II	

Prüfungsteil B

	BE	
1 a	4	$P(\overline{B})=1-P(B)=\frac{4}{5}$; $P(\overline{U})=0,3$; $P(\overline{B}\cap\overline{U})=0,24$ $P(\overline{B})\cdot P(\overline{U})=\frac{4}{5}\cdot 0,3=0,24$ Somit sind B und U stochastisch unabhängig.
b	1	$P_B(\overline{U})=0,3$

2 a	3	$p_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ $p_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$
b	4	Zu erwartende Einnahme pro Spiel in Euro: $\frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot (-1) + \frac{1}{12} \cdot (-3) = \frac{5}{6}$ Anzahl der Spiele: $\frac{300}{\frac{5}{6}} = 360$
c	4	$P(Z \geq 2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$ $1 - \sum_{i=0}^{2} B\left(8; \frac{1}{3}; i\right) \approx 1 - 46{,}8\,\% = 53{,}2\,\%$
d	3	$3! \cdot P(Z = 1) \cdot P(Z = 2) \cdot P(Z = 3) = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$
3 a	4	$\sqrt{8 \cdot p_X \cdot (1 - p_X)} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 8p_X \cdot (1 - p_X) = \frac{16}{9} \Leftrightarrow p_X^2 - p_X + \frac{2}{9} = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow p_X = \frac{1}{3} \vee p_X = \frac{2}{3}$ Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass der Erwartungswert von X kleiner als 4 ist; somit ergibt sich $p_X = \frac{1}{3}$.
b	2	
	25	

Teil-aufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
1 a	4	I		I		I	
b	1	I		I			
2 a	3		II	II	II	I	
b	4		II	II		II	
c	4		II	II		II	
d	3		II	III		II	
3 a	4	III			II	III	II
b	2				II		II

Geometrie

Aufgabengruppe 1

Prüfungsteil A

	BE	
a	3	$K: (x_1 - 3)^2 + (x_2 + 6)^2 + (x_3 - 5)^2 = \left(2\sqrt{6}\right)^2$ Wegen $(5-3)^2 + (-4+6)^2 + (1-5)^2 = 24 = \left(2\sqrt{6}\right)^2$ liegt P auf K.
b	2	Der Abstand von M zur x_1x_2-Ebene beträgt 5. Wegen $2\sqrt{6} = \sqrt{24} < 5$ schneidet K die x_1x_2-Ebene nicht.
	5	

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	3	I				II	
b	2	II	II			I	

Prüfungsteil B

	BE	
a	4	$\overline{PQ} = \left\lvert \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rvert = 3\sqrt{2}$ $\overrightarrow{RP} \circ \overrightarrow{RQ} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 - 4 + 2 = 0$ Damit liegt R auf dem Thaleskreis über der Strecke $[PQ]$.
b	5	$\overrightarrow{RP} \times \overrightarrow{RQ} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $2 \cdot 3 - 7 + 2 \cdot (-17) - c = 0 \Leftrightarrow c = -35$; $E: 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 35 = 0$ Nachweis, dass g in E liegt: $2 \cdot (-12) - 1 \cdot 11 + 2 \cdot 0 + 35 = 0$; $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$
c	1	Die x_3-Koordinaten des Richtungsvektors sowie des Aufpunkts in der gegebenen Darstellung von g sind 0.

d	3	Für die Größe φ des gesuchten Winkels gilt: $\cos\varphi = \frac{\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left\|\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}\right\|\cdot\left\|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\|} = \frac{2}{3} \Rightarrow \varphi \approx 48{,}2^\circ$
e	4	$\begin{pmatrix}-12+\lambda\\11+2\lambda\\0\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow -12+\lambda+(11+2\lambda)\cdot 2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -2;$ $\left\|\begin{pmatrix}-12-2\cdot 1\\11-2\cdot 2\\0\end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}-14\\7\\0\end{pmatrix}\right\| = 7\sqrt{5}$ Gesuchte Streckenlänge: etwa 16 m
f	5	$K(0\,\|\,0\,\|\,t),\ t \in \mathbb{R}$ Hesse'sche Normalform von E: $-\frac{1}{3}\cdot(2x_1 - x_2 + 2x_3 + 35) = 0$ $\left\|-\frac{1}{3}\cdot(2t+35)\right\| = 3 \Leftrightarrow t = -13 \vee t = -22$ Von diesen beiden Werten gehört nur -13 zu einer Position oberhalb des Meeresbodens. Daher beträgt die Tauchtiefe 13 m.
g	3	In dem Kegel, der das Sichtfeld beschreibt, bildet jede Mantellinie mit dem zugehörigen Radius der Grundfläche sowie der Höhe des Kegels ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck; der Radius der Grundfläche hat somit die Länge 3. Wegen $3\cdot 2 > 3\sqrt{2}$ hat diese Grundfläche daher einen größeren Durchmesser als der Umkreis des Dreiecks PQR. Der Fotograf kann also eine solche Stelle erreichen.
	25	

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	4	I				I	I
b	5	I				II	
c	1	I					I
d	3			I	I	II	
e	4		II	II		II	
f	5			III	I	II	
g	3	III		III	II	II	II

Geometrie

Aufgabengruppe 2

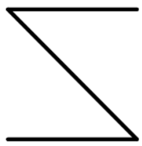
Prüfungsteil A

	BE	
a	3	$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ ist ein Normalenvektor von E. Damit hat die gesuchte Gleichung die Form $6x + 8z + c = 0$. Der Mittelpunkt $M(4\,\|\,2\,\|\,7)$ von $[PQ]$ liegt in E; damit ergibt sich $c = -6 \cdot 4 - 8 \cdot 7 = -80$.
b	2	$\vec{R} = \vec{M} - \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
	5	

Teil-aufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	3		II			I	I
b	2	II	II			I	II

Prüfungsteil B

	BE	
a	2	Sowohl die x_1-Koordinaten als auch die x_2-Koordinaten von B und C unterscheiden sich nur in ihren Vorzeichen, die x_3-Koordinaten stimmen überein.
b	3	$2 \cdot \sqrt{22^2 + 28^2} + \sqrt{22^2 + 22^2} \approx 102$, d. h. die Länge beträgt etwa 102 m.
c	4	$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -22 \\ 0 \\ 28 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -22 \\ 28 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \cdot 28 \\ 22 \cdot 28 \\ 22^2 \end{pmatrix} = 44 \cdot \begin{pmatrix} 14 \\ 14 \\ 11 \end{pmatrix}$, also ist $\begin{pmatrix} 14 \\ 14 \\ 11 \end{pmatrix}$ ein Normalenvektor von E. Damit hat die gesuchte Gleichung die Form $14x_1 + 14x_2 + 11x_3 = c$. A liegt genau dann in E, wenn $14 \cdot 11 + 14 \cdot 11 = c$ gilt, d. h. $c = 308$.

d	5	$\cos\varphi = \dfrac{\begin{pmatrix}14\\14\\11\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left\lvert\begin{pmatrix}14\\14\\11\end{pmatrix}\right\rvert} = \dfrac{11}{\sqrt{2\cdot 14^2+11^2}}$ liefert $\varphi \approx 61^\circ$. Term: $180^\circ - 2\varphi$
e	3	Betrachtet man die Seitenfläche des Quaders, die A und C enthält, als Grundfläche und bezeichnet deren Flächeninhalt mit G, die Länge der zugehörigen Höhe des Quaders mit h und das Volumen des Quaders mit V, so ergibt sich für das Volumen des pyramidenförmigen Teilkörpers $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot G\cdot h = \frac{1}{6}\cdot G\cdot h = \frac{1}{6}\cdot V$.
f	4	Abb. 3: $\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix}$, Abb. 4: $\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ 
g	4	Q ist ein Punkt auf $[AB]$. Gilt $\overrightarrow{PQ}\circ\overrightarrow{AB}=0$, steht also $[PQ]$ senkrecht zu $[AB]$, ist $\overline{PQ}$ der Abstand von P zu $[AB]$. Dieser Abstand muss mit $28-h$, dem Abstand von P zu $[BC]$, übereinstimmen.
	25	

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2	I			I		
b	3			I		I	
c	4					II	
d	5	II	II			II	
e	3	II			I		II
f	4				III		
g	4	III	III		II		II