

# MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2023

## MATHEMATIK

21. Juni 2023

Platzziffer (ggf. Name/Klasse): \_\_\_\_\_

### Teil B

9:15 Uhr – 12:10 Uhr

Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist **hier erlaubt** (vgl. KMS vom 06.11.2019 Nr. III.2 – BS7200.0/41/1).

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind und sich die Gesamtergebnisse daraus ableiten lassen.

Jeder Prüfling muss **eine** von der Feststellungskommission ausgewählte **Aufgabengruppe** bearbeiten.

## Teil B – Aufgabengruppe I

Punkte

1. a) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel  $p_1: y = (x + 5,5)^2 + 1$  in der Normalform.
- b) Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Punkte P  $(-3 \mid 4)$  und Q  $(0,5 \mid 37)$  auf der Parabel  $p_1$  liegen.
- c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel  $p_2: y = -x^2 - 9x - 14,25$  in der Scheitelpunktform und geben Sie den Scheitelpunkt  $S_2$  an.
- d) Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte A und B der beiden Parabeln  $p_1$  und  $p_2$ .
- e) Zeichnen Sie die Parabeln  $p_1$  und  $p_2$  in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
- f) Der Scheitelpunkt einer nach unten geöffneten Parabel  $p_3$  liegt im dritten Quadranten. Diese Parabel wird erst an der x-Achse und dann an der y-Achse gespiegelt.  
Beschreiben Sie nachvollziehbar, in welchem Quadranten der Scheitelpunkt der so entstandenen Parabel  $p_4$  liegt und in welche Richtung die Parabel geöffnet ist.

\_\_\_/9

2. Folgende Gleichungen sind Anwendungen von binomischen Formeln.  
Stellen Sie die vollständigen Gleichungen auf und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

(I)  $0,0625y^6 - \square = (\square - 0,55x^2) \cdot (\square + 0,55x^2)$

(II)  $\square - 8a^2d^3 + \square = (\square - 0,4d^3)^2$

\_\_\_/3

3. a) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ , die durch die Punkte A  $(-1 \mid -4,5)$  und B  $(4 \mid 3)$  verläuft.
- b) Die Gerade  $g_3$  mit der Funktionsgleichung  $0,5y = 2,5 + x$  steht senkrecht auf der Geraden  $g_2$ .  
Berechnen Sie zu einer möglichen Geraden  $g_2$  die Funktionsgleichung in der Normalform und beschreiben Sie Ihr Vorgehen in Worten.
- c) Gegeben ist die Gerade  $g_4$  mit der Funktionsgleichung  $y = 2x + 4$ .  
 $N_4$  ist der Schnittpunkt der Geraden  $g_4$  mit der x-Achse.  
Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinate dieses Punktes und geben Sie  $N_4$  an.
- d) Zeichnen Sie die Geraden  $g_1$  und  $g_4$  in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.  
Begründen Sie in Worten, warum diese beiden Geraden sich schneiden.
- e) Berechnen Sie den spitzen Winkel, den die Gerade  $g_1$  mit der x-Achse einschließt.

\_\_\_/7

Fortsetzung nächste Seite

4. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie rechnerisch die Lösungsmenge.

$$\frac{x}{2} + \frac{x+7}{2x-4} = \frac{6(x-2)}{16}$$

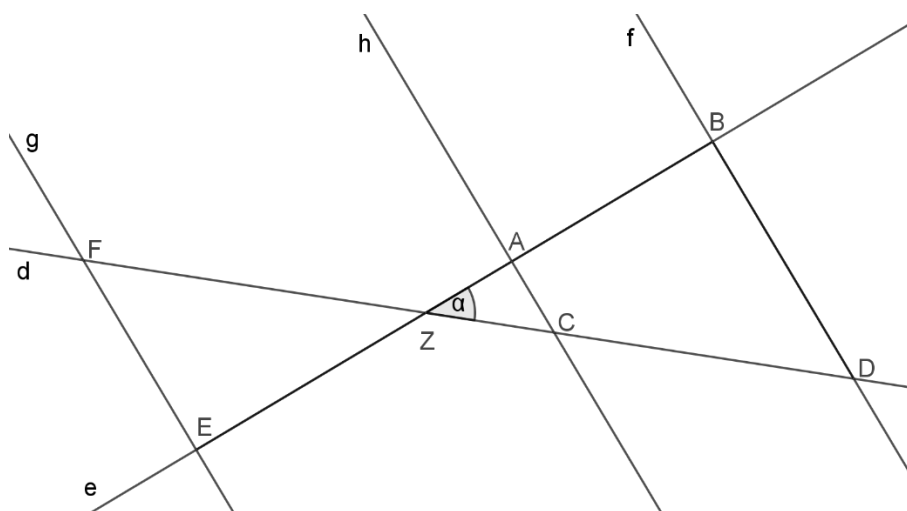
\_\_\_/4

5. Eine Hohlkugel mit einem Außendurchmesser von 3 m soll als Dekoration für einen Baumarkt verwendet werden. Sie besteht aus Holz und hat eine Wandstärke von 6,4 cm.

- a) Die Hohlkugel erhält außen einen farbigen Anstrich.  
Berechnen Sie den zu streichenden Oberflächeninhalt.
- b) Die Hohlkugel soll von einem Kran auf das Dach des Baumarktes gehoben werden.  
Berechnen Sie die Masse der Hohlkugel, wenn ein Kubikmeter des verwendeten Holzes 755 kg wiegt.

\_\_\_/3

6. In der folgenden Skizze stehen die drei parallelen Geraden g, h, und f senkrecht auf der Geraden e.



Quelle: StMUK

Die folgenden Aussagen sind richtig oder falsch.

Berichtigen Sie die falschen Aussagen und begründen Sie die richtigen.

(I)  $\frac{|\overline{ZC}|}{|\overline{ZD}|} = \frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{AB}|}$

(II)  $\sin \alpha = \frac{|\overline{BD}|}{|\overline{ZD}|}$

(III)  $\sphericalangle EFZ = \sphericalangle BDZ$

\_\_\_/3

Fortsetzung nächste Seite

7. Frau Müller legt 1000 € an und erhält einen jährlichen Zinssatz von 4,9 %.
- Berechnen Sie für diesen Fall die Höhe des Kapitals nach einem Anlagezeitraum von vier Jahren.
  - Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren sich das Kapital bei diesem Zinssatz von 4,9 % verdreifacht.
  - Berechnen Sie den jährlichen Zinssatz in Prozent, wenn das Kapital von 1000 € innerhalb von fünf Jahren auf 1160 € anwächst.

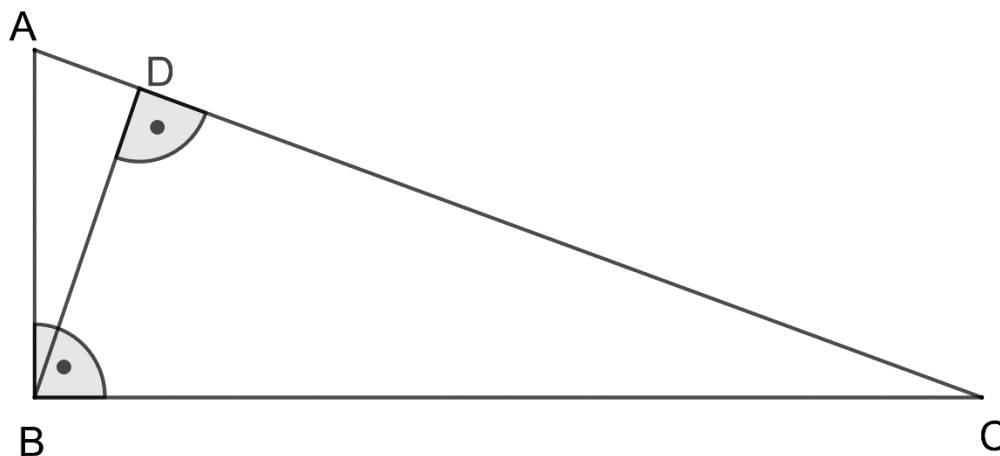
\_\_\_/4

8. In einer Tüte befinden sich eine blaue, sieben rote und vier grüne Schokoladenkugeln.  
Karl nimmt nacheinander nach dem Zufallsprinzip jeweils eine Kugel heraus und isst sie sofort.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit in Prozent, dass die ersten beiden entnommenen Kugeln die gleiche Farbe haben.
- Entscheiden Sie, ob es möglich ist, dass die elfte entnommene Schokoladenkugel blau ist.  
Begründen Sie Ihre Antwort.

\_\_\_/3

9. Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks ABC.  
Es gilt:  $|\overline{AB}| = 3 \text{ cm}$  und  $|\overline{CD}| = 8 \text{ cm}$



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu.

\_\_\_/4

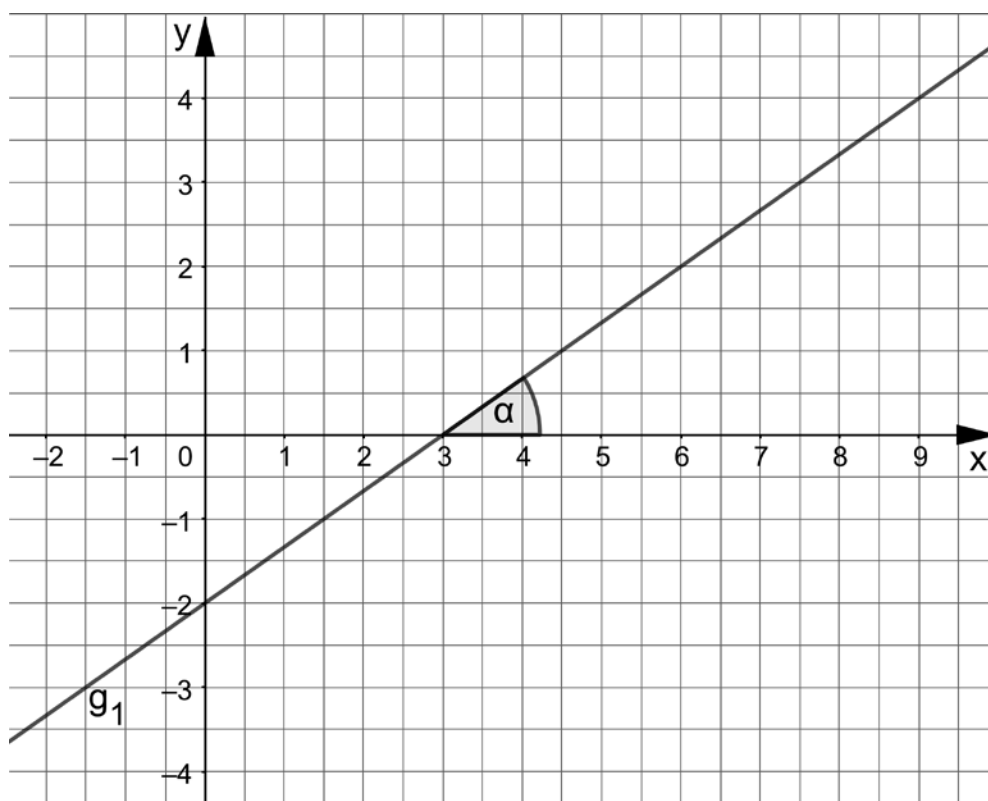
Summe: 

___/40
--------

## Teil B – Aufgabengruppe II

Punkte

1. Die folgende Abbildung zeigt den Graphen der Geraden  $g_1$ :



Quelle: StMUK

- Geben Sie die Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$  an.
- Berechnen Sie den Winkel  $\alpha$ , den die Gerade  $g_1$  mit der x-Achse einschließt (siehe Abbildung).
- Die Gerade  $g_2$  verläuft durch die Punkte A  $(-4 \mid 5)$  und B  $(1 \mid -2,5)$ .  
Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von  $g_2$ .
- Die Gerade  $g_3$ :  $y = -\frac{4}{5}x + 2$  steht senkrecht auf der Geraden  $g_4$ , die durch den Ursprung verläuft.  
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von  $g_4$ .
- $N_3$  ist der Schnittpunkt der Geraden  $g_3$  mit der x-Achse.  
Ermitteln Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes  $N_3$  und geben Sie diesen Punkt an.
- Die Gerade  $g_5$  hat die Funktionsgleichung  $y = 1,2x - 3$ .  
Zeigen Sie nachvollziehbar, dass der Schnittpunkt der Geraden  $g_5$  mit der Geraden  $g_3$  auf der x-Achse liegt.
- Zeichnen Sie die Geraden  $g_2$  und  $g_3$  in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

\_\_\_/8

Fortsetzung nächste Seite

2. Lösen Sie die folgende Gleichung rechnerisch.  
Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge an.

$$\frac{x}{5+x} = \frac{4}{x+1} - \frac{4x}{(5+x)(x+1)}$$

\_\_\_/3

3. Das Alter von archäologischen Knochenfunden kann über die Masse des vorhandenen radioaktiven Kohlenstoffisotops C14 bestimmt werden. Die Halbwertszeit für das Kohlenstoffisotop C14 beträgt 5730 Jahre.
- a) Berechnen Sie die Masse an C14, die bei einer Ausgangsmasse von 10,5 Gramm nach 28650 Jahren noch vorhanden ist.
- b) In einem gefundenen Knochen befinden sich noch 0,125 Milligramm des Kohlenstoffisotops C14. Wissenschaftler bestimmen das Alter des Knochens auf 48705 Jahre.  
Bestimmen Sie rechnerisch die Masse des ursprünglich vorhandenen Kohlenstoffisotops C14.
- c) Im Lonetal wurde der Knochen eines Mammuts gefunden. Der Anteil des radioaktiven Kohlenstoffisotops C14 ist zum Zeitpunkt der Untersuchung bereits auf 63 % gesunken.  
Berechnen Sie das Alter des Knochens.

\_\_\_/5

4. Ein Pralinenhersteller fertigt Kugeln aus weißer Schokolade an, die mit Nougat gefüllt sind. Der Außendurchmesser dieser Kugeln beträgt zwei Zentimeter, die Wandstärke aus weißer Schokolade 1,5 Millimeter.
- a) Ein Kubikzentimeter des Nougats hat eine Masse von 0,6 Gramm.  
Berechnen Sie die Masse der Nougatfüllung, die für die Herstellung von 80 Kugeln benötigt wird.
- b) Berechnen Sie das Volumen der weißen Schokolade, das für die Herstellung von 80 Kugeln benötigt wird.
- c) Damit das Nougat nicht durch die weiße Schokolade dringen kann, wird die Innenwand der Hohlkugel aus weißer Schokolade mit einer Zuckerlösung bestrichen.  
Berechnen Sie den Inhalt der zu bestreichenden Fläche einer Hohlkugel.

\_\_\_/4

5. Bei einer Gleichung zur Anwendung einer binomischen Formel ist nur das gemischte Glied bekannt.  
Stellen Sie eine mögliche vollständige Gleichung auf und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

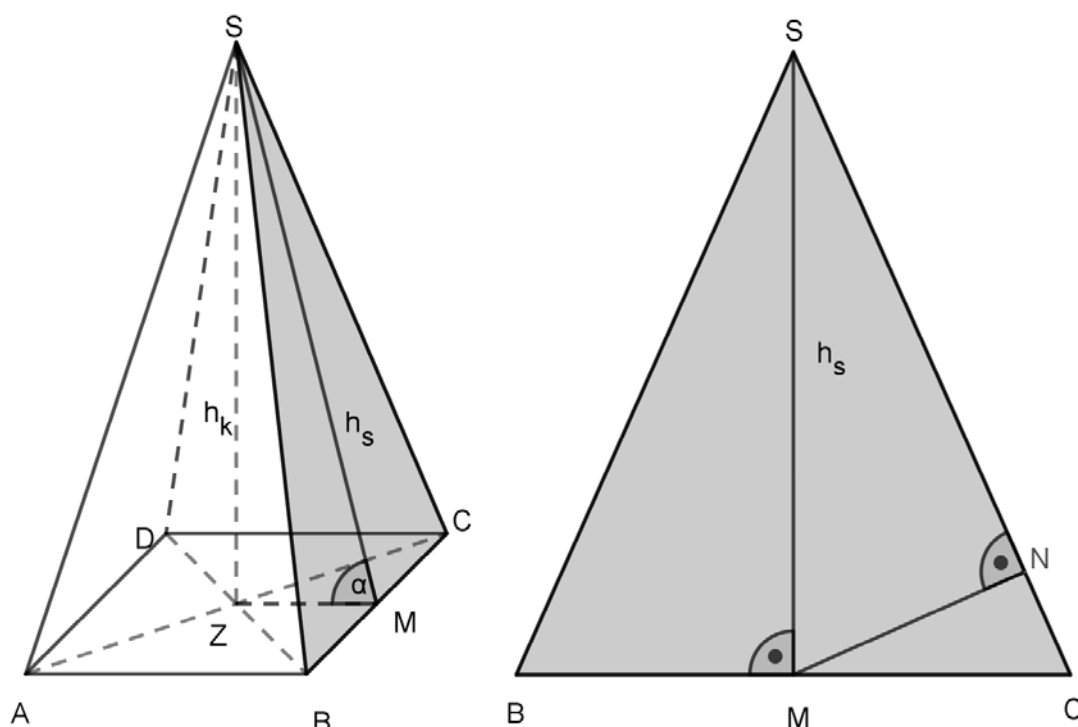
$$(\square + \square)^2 = \square + 36x^4y + \square$$

\_\_\_/2

Fortsetzung nächste Seite

6. Berechnen Sie die Höhe  $h_K$  der Pyramide mit quadratischer Grundfläche (siehe Skizze).

Es gilt:  $|\overline{CN}| = 0,53 \text{ cm}$ ;  $|\overline{SN}| = 7,02 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 74^\circ$



Seitenfläche der Pyramide

Quelle: StMUK

Hinweis: Skizzen nicht maßstabsgetreu.

\_\_\_/3

7. a) Eine nach oben geöffnete Normalparabel  $p_1$  schneidet die  $x$ -Achse in den Punkten  $A(1,5 | 0)$  und  $B(6 | 0)$ .  
Ermitteln Sie rechnerisch die Normalform der Parabel  $p_1$ .
- b) Eine weitere Parabel  $p_2: y = -x^2 - 10x - 22$  hat den Scheitelpunkt  $S_2$ .  
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten von  $S_2$ .
- c) Die Parabel  $p_3: y = -(x + 4)^2 + 9$  wird an der  $x$ -Achse gespiegelt.  
Dadurch entsteht die Parabel  $p_4$ .  
Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von  $p_4$  in der Normalform.
- d) Bestimmen Sie rechnerisch die Schnittpunkte  $N_1$  und  $N_2$  der Parabel  $p_3$  mit der  $x$ -Achse und geben Sie diese an.
- e) Zeichnen Sie die Parabeln  $p_1$  und  $p_3$  in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
- f) Die Parabel  $p_5$  hat die Funktionsgleichung  $y = x^2$ , die Parabel  $p_6$  die Funktionsgleichung  $y = -(x - 2)^2 - 3$ .  
Begründen Sie nachvollziehbar, dass die Parabeln  $p_5$  und  $p_6$  keinen Schnittpunkt haben.

\_\_\_/8

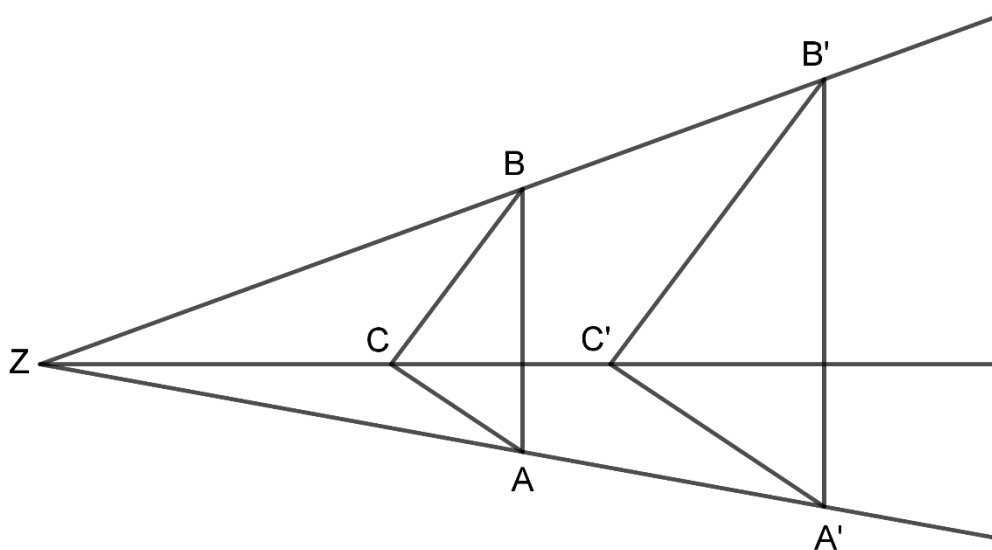
Fortsetzung nächste Seite

8. Eine Hardrockband plant Konzerte in Deutschland.  
Für jedes Konzert gewinnen zwei Besucher mit ihrer Eintrittskarte ein Treffen mit der Band.
- Für das erste Konzert gibt es 500 Eintrittskarten.  
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beim Verkauf der ersten beiden Eintrittskarten genau eine Gewinnerkarte verkauft wird.
  - Nach dem Verkauf der ersten 200 von den 500 Eintrittskarten für das erste Konzert sind beide Gewinnerkarten noch nicht verkauft.  
Ermitteln Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit, dass beim Verkauf der nächsten drei Karten beide Gewinnerkarten dabei sind.
  - In Frankreich plant die Band zehn weitere Konzerte. Diese sollen in zehn verschiedenen Städten stattfinden.  
Berechnen Sie die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten für die Auswahl der ersten drei Städte.

\_\_\_/4

9. In der folgenden Abbildung gilt:

$$\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}; \quad \overline{BC} \parallel \overline{B'C'}; \quad \overline{CA} \parallel \overline{C'A'}$$



Quelle: StMUK

Schreiben Sie die folgenden Aussagen auf Ihr Lösungsblatt und ergänzen Sie jeweils die Platzhalter  $\square$  so, dass die drei Gleichungen richtig sind.

$$(I) \frac{|\overline{ZA}|}{\square} = \frac{\square}{|\overline{A'B'}|}$$

$$(II) \frac{\square}{|\overline{AA'}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{\square}$$

$$(III) \frac{|\overline{ZC}|}{|\overline{CB}|} = \frac{\square}{\square}$$

\_\_\_/3

Summe: \_\_\_/40